Kognitive Systeme

Übung 6

Wissensrepräsentation

Planung

Quaternionen

Evaluation der Übung

Mi, 26.07.2017

Institut für Anthropomatik

Humanoids and Intelligence Systems Lab

Evaluationsbögen Übung

Aufgabe 6.1

Resolution und DPLL

Aufgabe 6.1.a

- Geben Sie die Konjunktive Normalform folgender Sätze an. Erstellen Sie hierfür zuerst eine Wahrheitstabelle.

(i) $\alpha = \neg A \vee (B \wedge C)$

(ii) $\beta = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$

(iii) $\gamma = (A \wedge B) \vee \neg C$

α	β	γ	A	B	C

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

(i) $\alpha = \neg A \vee (B \wedge C)$

α	β	γ	A	B	C
			0	0	0
			0	0	1
			0	1	0
			0	1	1
			1	0	0
			1	0	1
			1	1	0
			1	1	1

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

(i) $\alpha = \neg A \vee (B \wedge C)$

α	β	γ	A	B	C
1			0	0	0
1			0	0	1
1			0	1	0
1			0	1	1
			1	0	0
			1	0	1
			1	1	0
			1	1	1

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

(i) $\alpha = \neg A \vee (B \wedge C)$

α	β	γ	A	B	C
1			0	0	0
1			0	0	1
1			0	1	0
1			0	1	1
			1	0	0
			1	0	1
			1	1	0
1			1	1	1

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

(i) $\alpha = \neg A \vee (B \wedge C)$

α	β	γ	A	B	C
1			0	0	0
1			0	0	1
1			0	1	0
1			0	1	1
0			1	0	0
0			1	0	1
0			1	1	0
1			1	1	1

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

(ii) $\beta = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$

α	β	γ	A	B	C
1			0	0	0
1			0	0	1
1			0	1	0
1			0	1	1
0			1	0	0
0			1	0	1
0			1	1	0
1			1	1	1

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

(ii) $\beta = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$

α	β	γ	A	B	C
1			0	0	0
1			0	0	1
1			0	1	0
1			0	1	1
0			1	0	0
0			1	0	1
0	1		1	1	0
1	1		1	1	1

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

(ii) $\beta = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$

α	β	γ	A	B	C
1			0	0	0
1	1		0	0	1
1			0	1	0
1	1		0	1	1
0			1	0	0
0			1	0	1
0	1		1	1	0
1	1		1	1	1

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

(ii) $\beta = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$

α	β	γ	A	B	C
1	0		0	0	0
1	1		0	0	1
1	0		0	1	0
1	1		0	1	1
0	0		1	0	0
0	0		1	0	1
0	1		1	1	0
1	1		1	1	1

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

$$\text{(iii)}\ \gamma = (A \wedge B) \vee \neg C$$

α	β	γ	A	B	C
1	0		0	0	0
1	1		0	0	1
1	0		0	1	0
1	1		0	1	1
0	0		1	0	0
0	0		1	0	1
0	1		1	1	0
1	1		1	1	1

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

(iii) $\gamma = (A \wedge B) \vee \neg C$

α	β	γ	A	B	C
1	0		0	0	0
1	1		0	0	1
1	0		0	1	0
1	1		0	1	1
0	0		1	0	0
0	0		1	0	1
0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

(iii) $\gamma = (A \wedge B) \vee \boxed{\neg C}$

α	β	γ	A	B	C
1	0	1	0	0	0
1	1		0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1		0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	0		1	0	1
0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1

Aufgabe 6.1.a - Wahrheitstabelle

(iii) $\gamma = (A \wedge B) \vee \boxed{\neg C}$

α	β	γ	A	B	C
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1

Aufgabe 6.1.a – Konjunktive Normalform

- Konjunktive Verknüpfung aller Zeilen mit Gesamtwahrheitswert FALSE
- KNF-Schema: (a ∨ b ∨ c) ∧ (d ∨ e ∨ f) ∧ … ∧(x ∨ y ∨ z)

$$(\mathrm{i})\ \alpha = \neg A \vee (B \wedge C)$$

$$\alpha_{KF} = (\neg A \vee B \vee C) \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee C)$$

α	β	γ	A	B	C
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1

Aufgabe 6.1.a – Konjunktive Normalform

- Konjunktive Verknüpfung aller Zeilen mit Gesamtwahrheitswert FALSE
- KNF-Schema: (a ∨ b ∨ c) ∧ (d ∨ e ∨ f) ∧ … ∧(x ∨ y ∨ z)

(ii) $\beta = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$

$\beta_{KF} = (A \vee B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee B \vee C) \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C)$

α	β	γ	A	B	C
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1

Aufgabe 6.1.a – Konjunktive Normalform

- Konjunktive Verknüpfung aller Zeilen mit Gesamtwahrheitswert FALSE
- KNF-Schema: (a ∨ b ∨ c) ∧ (d ∨ e ∨ f) ∧ … ∧(x ∨ y ∨ z)

(iii) $\gamma = (A \wedge B) \vee \neg C$

$\gamma_{KF} = (A \vee B \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C)$

α	β	γ	A	B	C
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1

Aufgabe 6.1.b

- Gegeben sei folgende Klauselmenge:

$$(\neg A \vee B), (A \vee \neg B \vee C), (B \vee \neg C), (\neg B)$$

- Leiten Sie folgende Aussagen (falls möglich) durch Widerspruchsbeweis ab.

$$\text{(i) } \neg C, \qquad \text{(ii) } A, \qquad \text{(iii) } \neg B.$$

(i)

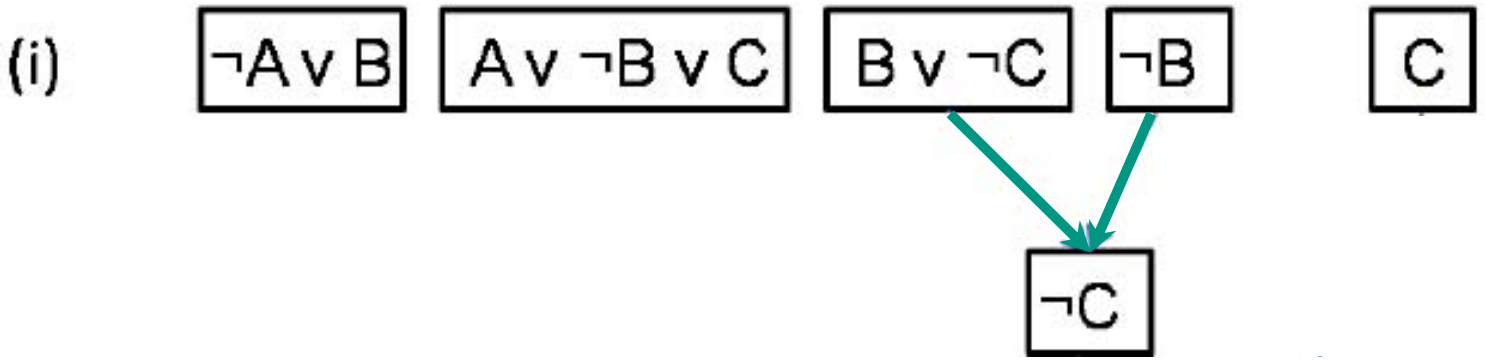
Aufgabe 6.1.b

- Gegeben sei folgende Klauselmenge:

$$(\neg A \vee B), (A \vee \neg B \vee C), (B \vee \neg C), (\neg B)$$

- Leiten Sie folgende Aussagen (falls möglich) durch Widerspruchsbeweis ab.

$$\text{(i) } \neg C, \qquad \text{(ii) } A, \qquad \text{(iii) } \neg B.$$



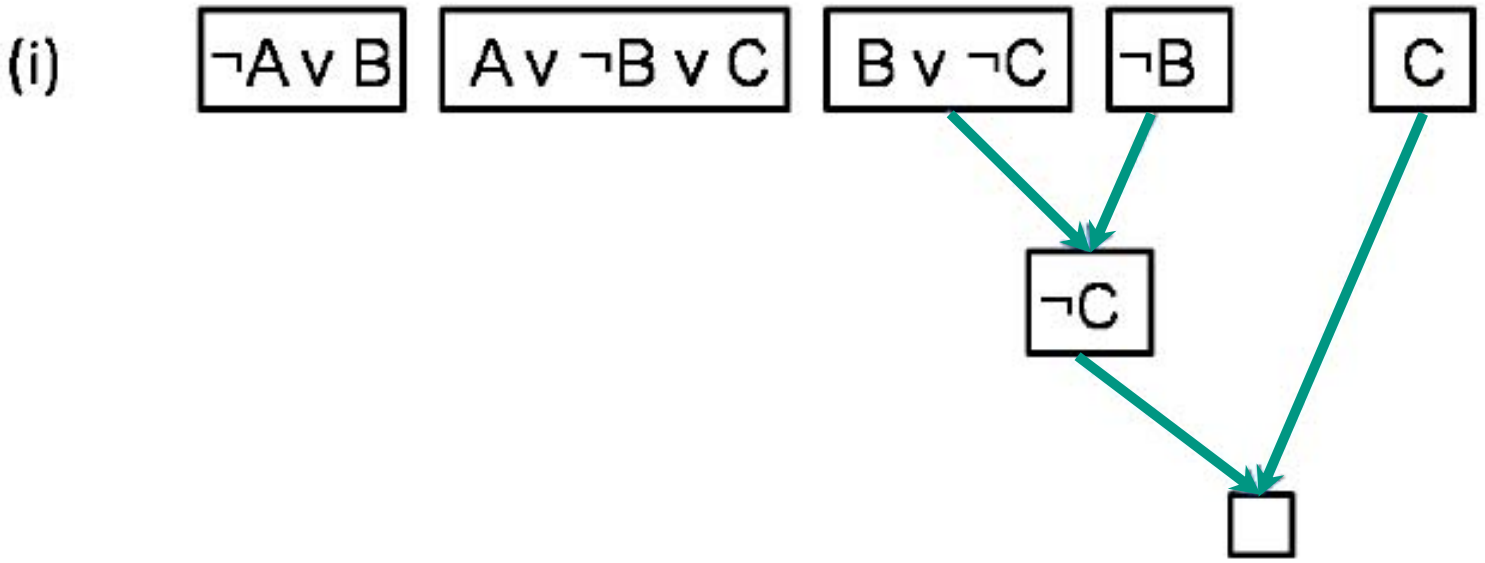
Aufgabe 6.1.b

- Gegeben sei folgende Klauselmenge:

$$(\neg A \vee B), (A \vee \neg B \vee C), (B \vee \neg C), (\neg B)$$

- Leiten Sie folgende Aussagen (falls möglich) durch Widerspruchsbeweis ab.

$$\text{(i) } \neg C, \qquad \text{(ii) } A, \qquad \text{(iii) } \neg B.$$



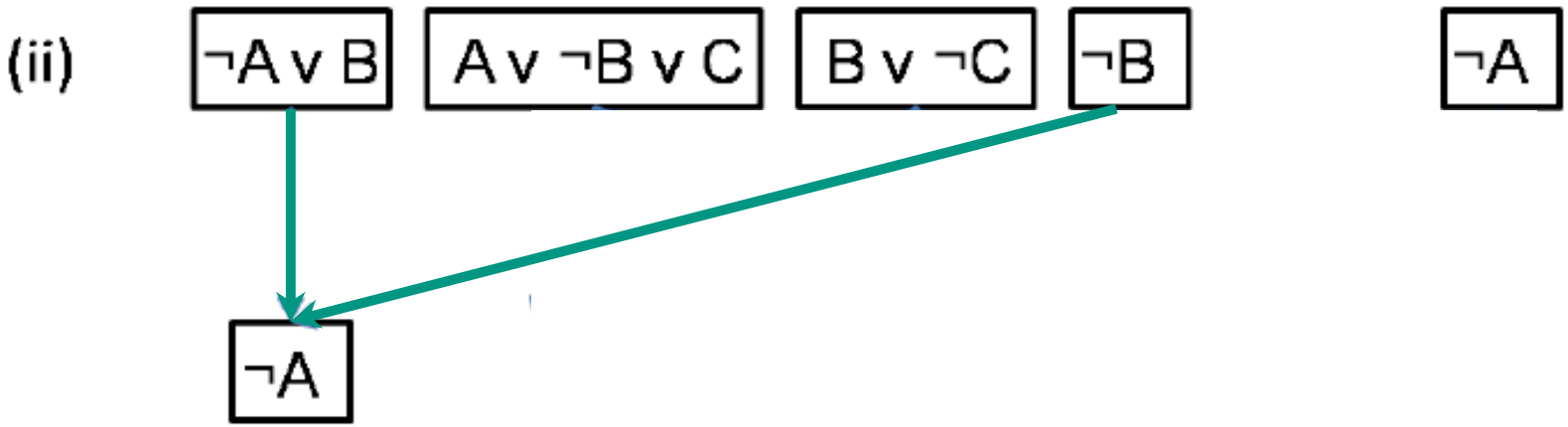
Aufgabe 6.1.b

(i) $\neg C$, (ii) A, (iii) $\neg B$.

(ii) ¬A v B | A v ¬B v C | B v ¬C | ¬B | ¬A

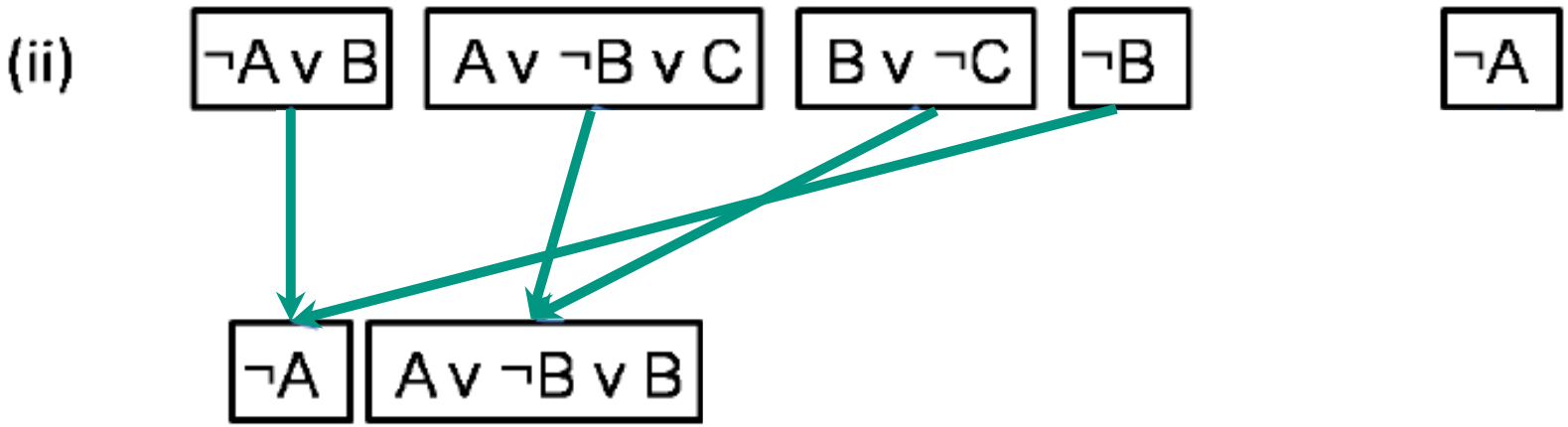
Aufgabe 6.1.b

(i) $\neg C$, (ii) A, (iii) $\neg B$.



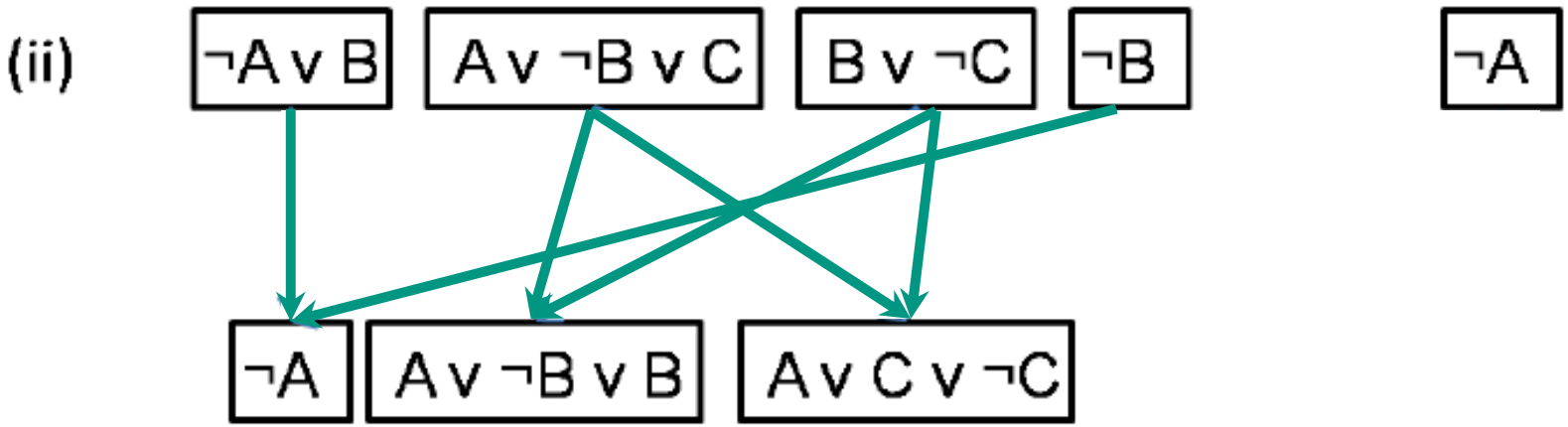
Aufgabe 6.1.b

(i) $\neg C$, (ii) A, (iii) $\neg B$.



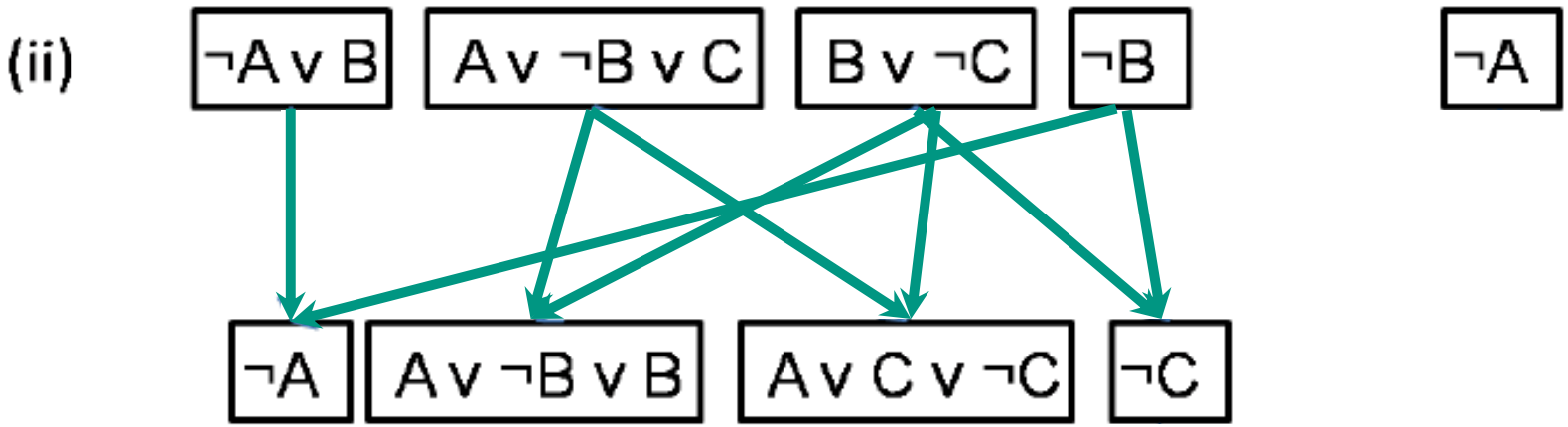
Aufgabe 6.1.b

(i) $\neg C$, (ii) A, (iii) $\neg B$.



Aufgabe 6.1.b

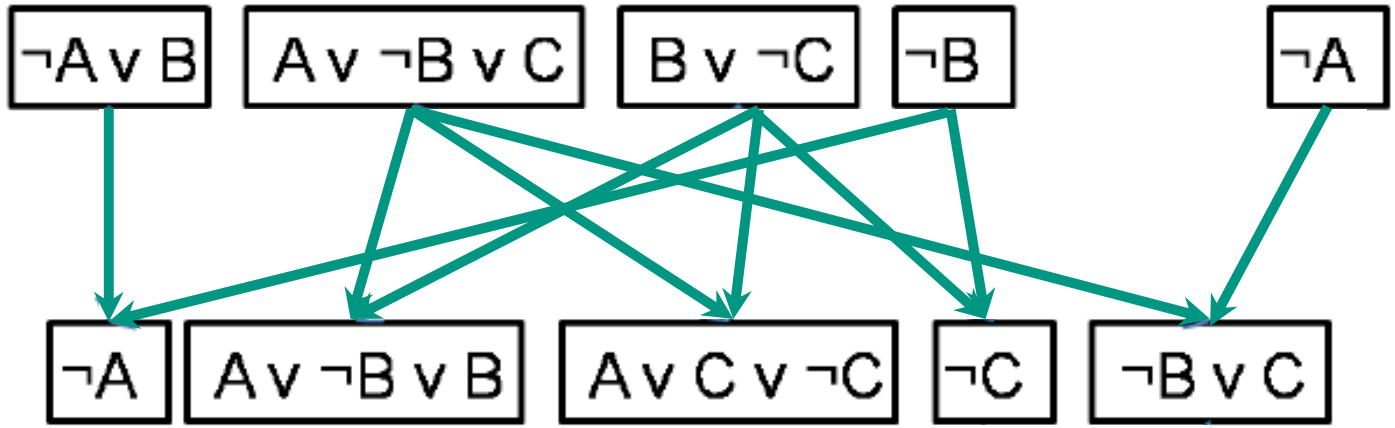
(i) $\neg C$, (ii) A, (iii) $\neg B$.



Aufgabe 6.1.b

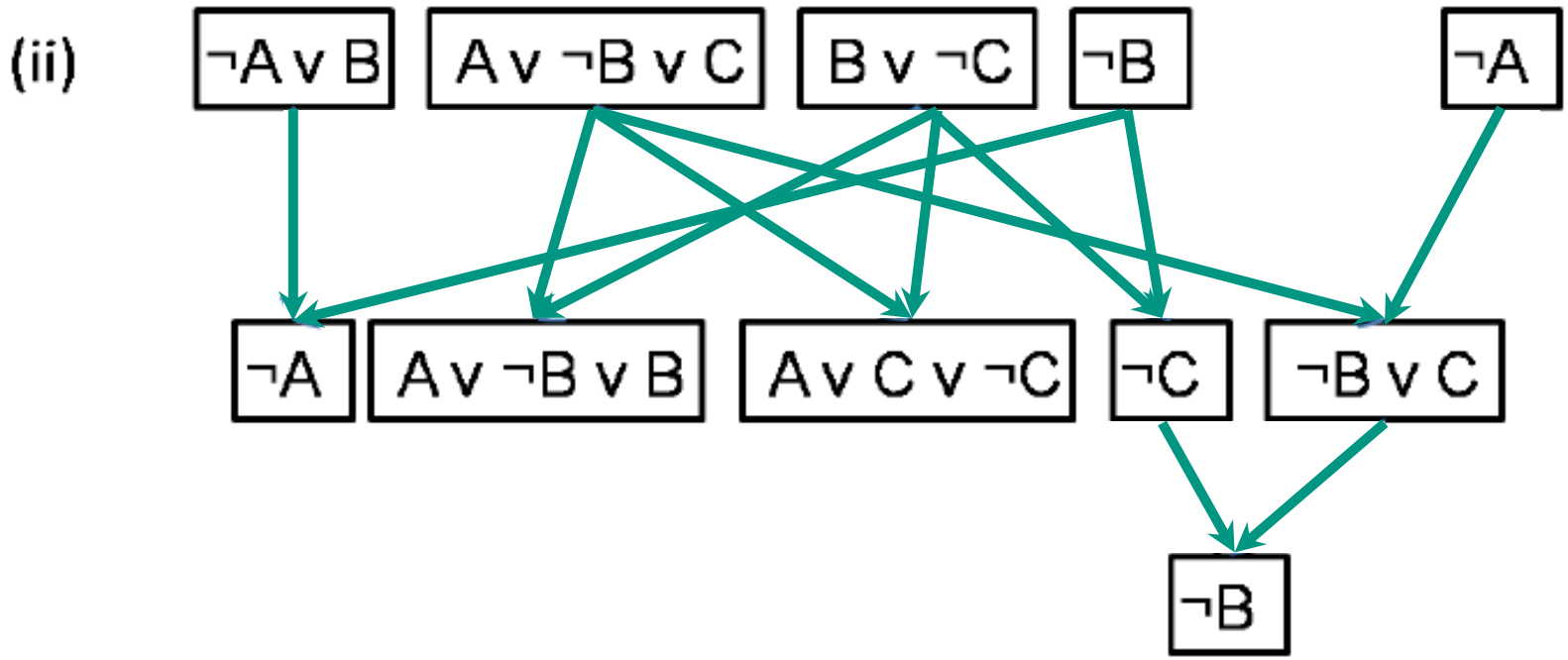
(i) $\neg C$, (ii) A, (iii) $\neg B$.

(ii)



Aufgabe 6.1.b

(i) $\neg C$, (ii) A, (iii) $\neg B$.



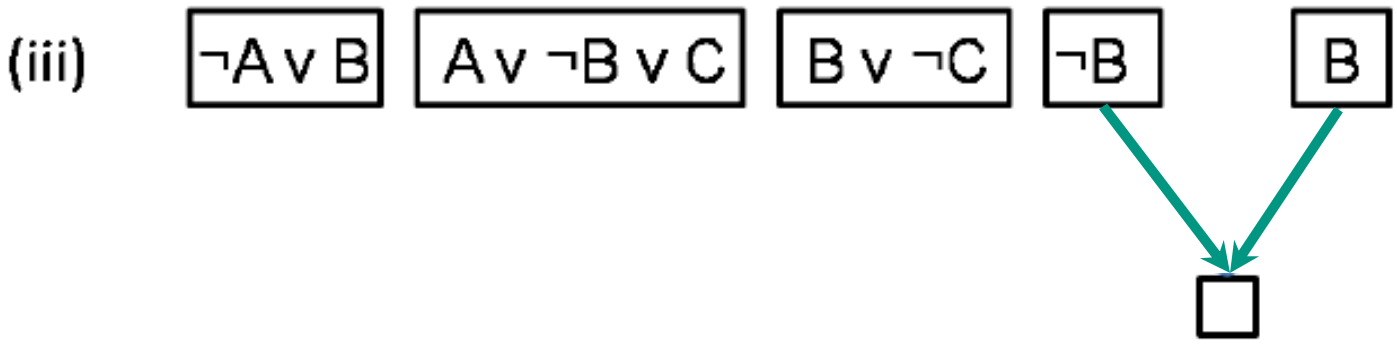
Aufgabe 6.1.b

(i) $\neg C$, (ii) A, (iii) $\neg B$.

(iii)

Aufgabe 6.1.b

(i) $\neg C$, (ii) A, (iii) $\neg B$.



Onlinefrage Nr. 1:

A kann nicht abgeleitet werden.

Aufgabe 6.1.c - DPLL

- Zeigen Sie mit Hilfe des DPLL-Verfahrens, dass folgende Klauselmenge S erfüllbar ist:

Aufgabe 6.1.c - DPLL

$$
\begin{array}{ccccc}
B & \vee & \neg A & \vee & \neg C \\
\neg C & \vee & \neg B & \vee & E \\
\neg D & \vee & \neg B & \vee & C \\
\neg E & \vee & \neg D & \vee & B \\
B & \vee & E & \vee & C \\
 & & A & &
\end{array}
$$

Aufgabe 6.1.c - DPLL

$$
\begin{array}{ccccc}
B & \vee & \neg A & \vee & \neg C \\
\neg C & \vee & \neg B & \vee & E \\
\neg D & \vee & \neg B & \vee & C \\
\neg E & \vee & \neg D & \vee & B \\
B & \vee & E & \vee & C \\
 & & A & &
\end{array}
$$

A ist Einheitsklausel, **A = TRUE**

Aufgabe 6.1.c - DPLL

$$
\begin{array}{ccccc}
B & \vee & \neg A & \vee & \neg C \\
\neg C & \vee & \neg B & \vee & E \\
\neg D & \vee & \neg B & \vee & C \\
\neg E & \vee & \neg D & \vee & B \\
B & \vee & E & \vee & C \\
 & & A & &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccc}
B & \vee & \neg C & & \\
\neg C & \vee & \neg B & \vee & E \\
\neg D & \vee & \neg B & \vee & C \\
\neg E & \vee & \neg D & \vee & B \\
B & \vee & E & \vee & C
\end{array}
$$

A ist Einheitsklausel, **A = TRUE**

Aufgabe 6.1.c - DPLL

$$
\begin{array}{ccccc}
B & \vee & \cancel{\neg A} & \vee & \neg C \\
\neg C & \vee & \neg B & \vee & E \\
\neg D & \vee & \neg B & \vee & C \\
\neg E & \vee & \neg D & \vee & B \\
B & \vee & E & \vee & C \\
 & & \cancel{A} & &
\end{array}
$$

A ist Einheitsklausel, **A = TRUE**

$$
\begin{array}{ccccc}
B & \vee & \neg C & & \\
\neg C & \vee & \neg B & \vee & E \\
\cancel{\neg D} & \cancel{\vee} & \cancel{\neg B} & \cancel{\vee} & \cancel{C} \\
\cancel{\neg E} & \cancel{\vee} & \cancel{\neg D} & \cancel{\vee} & \cancel{B} \\
B & \vee & E & \vee & C
\end{array}
$$

D ist rein, **D = FALSE**

Aufgabe 6.1.c - DPLL

$$
\begin{array}{ccccc}
B & \vee & \cancel{\neg A} & \vee & \neg C \\
\neg C & \vee & \neg B & \vee & E \\
\neg D & \vee & \neg B & \vee & C \\
\neg E & \vee & \neg D & \vee & B \\
B & \vee & E & \vee & C \\
 & & \cancel{A} & &
\end{array}
$$

A ist Einheitsklausel, **A = TRUE**

$$
\begin{array}{ccccc}
B & \vee & \neg C & & \\
\neg C & \vee & \neg B & \vee & E \\
B & \vee & E & \vee & C
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccc}
B & \vee & \neg C & & \\
\neg C & \vee & \neg B & \vee & E \\
\cancel{\neg D} & \vee & \cancel{\neg B} & \vee & \cancel{C} \\
\cancel{\neg E} & \vee & \cancel{\neg D} & \vee & \cancel{B} \\
B & \vee & E & \vee & C
\end{array}
$$

D ist rein, **D = FALSE**

Aufgabe 6.1.c - DPLL

$$B \vee \cancel{\neg A} \vee \neg C$$
$$\neg C \vee \neg B \vee E$$
$$\neg D \vee \neg B \vee C$$
$$\neg E \vee \neg D \vee B$$
$$B \vee E \vee C$$
$$\cancel{A}$$

A ist Einheitsklausel, **A = TRUE**

$$B \vee \neg C$$
$$\cancel{\neg D \vee \neg B \vee C}$$
$$\cancel{\neg E \vee \neg D \vee B}$$
$$B \vee E \vee C$$

D ist rein, **D = FALSE**

$$B \vee \neg C$$
$$\cancel{\neg C \vee \neg B \vee E}$$
$$\cancel{B \vee E \vee C}$$

E ist rein, **E = TRUE**

Aufgabe 6.1.c - DPLL

$$B \vee \cancel{\neg A} \vee \neg C$$
$$\neg C \vee \neg B \vee E$$
$$\neg D \vee \neg B \vee C$$
$$\neg E \vee \neg D \vee B$$
$$B \vee E \vee C$$
$$\cancel{A}$$

A ist Einheitsklausel, **A = TRUE**

$$B \vee \neg C$$
$$\cancel{\neg D \vee \neg B \vee C}$$
$$\cancel{\neg E \vee \neg D \vee B}$$
$$B \vee E \vee C$$

D ist rein, **D = FALSE**

$$\cancel{B \vee \neg C}$$
$$\cancel{\neg C \vee \neg B \vee E}$$
$$\cancel{B \vee E \vee C}$$

E ist rein, **E = TRUE**

$$B \vee \neg C$$

Aufgabe 6.1.c - DPLL

$$B \vee \cancel{\neg A} \vee \neg C$$
$$\neg C \vee \neg B \vee E$$
$$\neg D \vee \neg B \vee C$$
$$\neg E \vee \neg D \vee B$$
$$B \vee E \vee C$$
$$\cancel{A}$$

A ist Einheitsklausel, **A = TRUE**

$$B \vee \neg C \vee \neg B \vee E$$
$$\cancel{\neg D \vee \neg B \vee C}$$
$$\cancel{\neg E \vee \neg D \vee B}$$
$$B \vee E \vee C$$

D ist rein, **D = FALSE**

$$\cancel{B \vee \neg C \vee E}$$
$$\cancel{B \vee E \vee C}$$

E ist rein, **E = TRUE**

$$B \vee \neg C$$

B ist rein, **B = TRUE**
oder
C ist rein, **C = FALSE**

Aufgabe 6.1.c - DPLL

$$B \vee \neg A \vee \neg C$$
$$\neg C \vee \neg B \vee E$$
$$\neg D \vee \neg B \vee C$$
$$\neg E \vee \neg D \vee B$$
$$B \vee E \vee C$$
$$A$$

A ist Einheitsklausel, **A = TRUE**

$$B \vee \neg C$$
$$\neg C \vee \neg B \vee E$$
$$\neg D \vee \neg B \vee C$$
$$\neg E \vee \neg D \vee B$$
$$B \vee E \vee C$$

D ist rein, **D = FALSE**

$$B \vee \neg C$$
$$\neg C \vee \neg B \vee E$$
$$B \vee E \vee C$$

E ist rein, **E = TRUE**

$$B \vee \neg C$$

B ist rein, **B = TRUE**
oder
C ist rein, **C = FALSE**

Onlinefrage Nr. 2:

Es existiert sowohl für **C = TRUE** als auch **C = FALSE** ein Modell, das S erfüllt, und das vom DPLL-Algorithmus gefunden wird.

Aufgabe 6.2

STRIPS & ADL

Aufgabe 6.2.a - STRIPS

- **Aktionen**

  Load – Beladen eines Flugzeuges

  Unload – Entladen eines Flugzeuges

  Fly – Fliegen von einem Flughafen zum anderen

- **Prädikate**

  In(c,p) – Fracht c befindet sich in Flugzeug p

  At(x,a) – Fracht/Flugzeug x befindet sich am Flughafen a

- **Aufgabe**: Definieren Sie die Aktionen *Load*, *Unload* und *Fly* durch die Liste der Parameter, Vorbedingung und Effekt in STRIPS.

Aufgabe 6.2.a - STRIPS

Aktion (Load(c, p, a),

Vorbed.: At(c, a) ∧ At(p, a) ∧ Fracht(c) ∧ Flugzeug(p) ∧ Flughafen(a)

Effekt: ¬At(c, a) ∧ In(c, p))

Aktion (Unload(c, p, a),

Vorbed.: In(c, p) ∧ At(p, a) ∧ Fracht(c) ∧ Flugzeug(p) ∧ Flughafen(a)

Effekt: At(c, a) ∧ ¬In(c, p))

Aktion (Fly(p, from, to),

Vorbed.: At(p, from) ∧ Flugzeug(p) ∧ Flughafen(from) ∧ Flughafen(to)

Effekt: ¬At(p, from) ∧ At(p, to))

Beachte:

- Vorbedingung = Konjunktion positiver Literale
- Effekt = Konjunktion positiver oder negativer Literale

Aufgabe 6.2.b - STRIPS

- Die Fracht C_1 und das Flugzeug P_1 befinden sich am Flughafen Frankfurt (FRA) und soll nach New York (JFK) transportiert und abgeladen werden. Dort soll die Fracht C_2 aufgeladen, nach Frankfurt transportiert und dort abgeladen werden. Geben Sie Initialzustand und Zielzustand des Planungsproblems in STRIPS an.

Init $(\text{At}(C_1, \text{FRA}) \wedge \text{At}(C_2, \text{JFK}) \wedge \text{At}(P_1, \text{FRA}) \wedge \text{Fracht}(C_1) \wedge \text{Fracht}(C_2) \wedge \text{Flugzeug}(P_1) \wedge \text{Flughafen}(\text{FRA}) \wedge \text{Flughafen}(\text{JFK}))$

Ziel $(\text{At}(C_1, \text{JFK}) \wedge \text{At}(C_2, \text{FRA}))$

- Geben Sie eine Folge von Aktionen mit Parametern in STRIPS an, welche das genannte Problem löst.

[$\text{Load}(C_1, P_1, \text{FRA})$, $\text{Fly}(P_1, \text{FRA}, \text{JFK})$, $\text{Unload}(C_1, P_1, \text{JFK})$, $\text{Load}(C_2, P_1, \text{JFK})$, $\text{Fly}(P_1, \text{JFK}, \text{FRA})$, $\text{Unload}(C_2, P_1, \text{FRA})$]

Aufgabe 6.2.c - ADL

- Die Fracht C_1 und das Flugzeug P_1 befinden am Flughafen Frankfurt (FRA). Am Flughafen New York (JFK) befindet sich die Fracht C_2 .
- Ziel soll sein, dass sich beide Frachtstücke am gleichen Flughafen befinden. Geben Sie Initialzustand und Zielzustand des Planungsproblems in der Planungssprache ADL an.

Init $(At(C_1, FRA) \wedge At(C_2, JFK) \wedge At(P_1, FRA) \wedge Fracht(C_1) \wedge Fracht(C_2) \wedge Flugzeug(P_1) \wedge Flughafen(FRA) \wedge Flughafen(JFK))$

Ziel $((\exists\, x\ At(C_1, x) \wedge At(C_2, x))$

- Geben Sie eine Folge von Aktionen mit Parametern in ADL an, welche das oben beschriebene Problem löst.

$[Load(C_1, P_1, FRA), Fly(P_1, FRA, JFK), Unload(C_1, P_1, JFK)]$

Aufgabe 6.3

Planungsgraph

Planungsgraph – Wiederholung

- Abwechselnde Schritte
  - Menge der **Literale**, die zu diesem Zeitpunkt wahr sein könnten
  - Menge der **Aktionen**, deren Vorbedingungen zu diesem Zeitpunkt erfüllt sein könnten
- **Pseudoaktion** für jedes Literal, die es **unverändert** erhält

Mutex-Links

- Sich **gegenseitig ausschließende** Literale/Aktionen
- Zwei **Literale** schließen sich aus, wenn
  - sie **komplementär** sind
  - sie nur aus sich gegenseitig **ausschließenden Aktionen resultieren** können
- Zwei **Aktionen** schließen sich aus, wenn
  - ihre **Effekte** ein **komplementäres Literal** enthalten
  - durch den Effekt der einen eine **Vorbedingung** der anderen **zerstört** wird
  - die **Vorbedingungen** der einen ein Literal enthalten, das ein Literal aus den **Vorbedingungen** der anderen **ausschließt**

Aufgabe 6.3 - Planungsgraph

- Einräumen der Spülmaschine durch einen Haushaltsroboter

Aktionen:

$$
\begin{aligned}
&Action(\quad Spülmaschine Öffnen(),\\
&\qquad Vorbed.: \quad ausgeschaltet \wedge \neg geöffnet\\
&\qquad Effekt: \quad geöffnet\\
&\quad)\\
&Action(\quad GeschirrEinräumen(),\\
&\qquad Vorbed.: \quad geöffnet \wedge \neg eingeräumt\\
&\qquad Effekt: \quad eingeräumt\\
&\quad)\\
&Action(\quad SpülmittelEinfüllen(),\\
&\qquad Vorbed.: \quad geöffnet \wedge \neg eingefüllt\\
&\qquad Effekt: \quad eingefüllt\\
&\quad)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\text{Startzustand:} \quad ausgeschaltet \wedge \neg geöffnet \wedge \neg eingeräumt \wedge \neg eingefüllt\\
&\text{Zielzustand:} \quad eingeräumt \wedge eingefüllt
\end{aligned}
$$

Aufgabe 6.3 - Planungsgraph

L_0

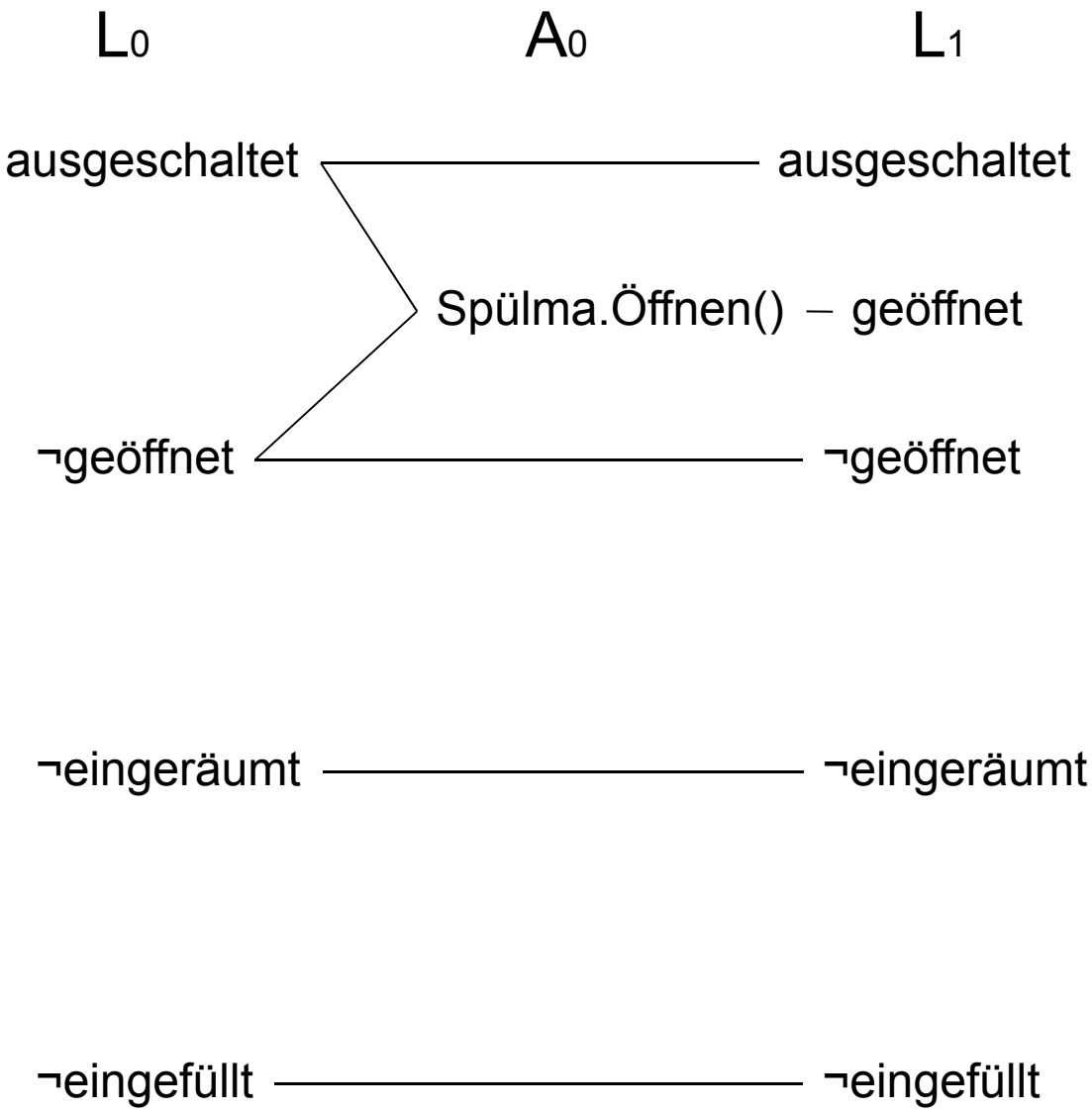
ausgeschaltet

¬geöffnet

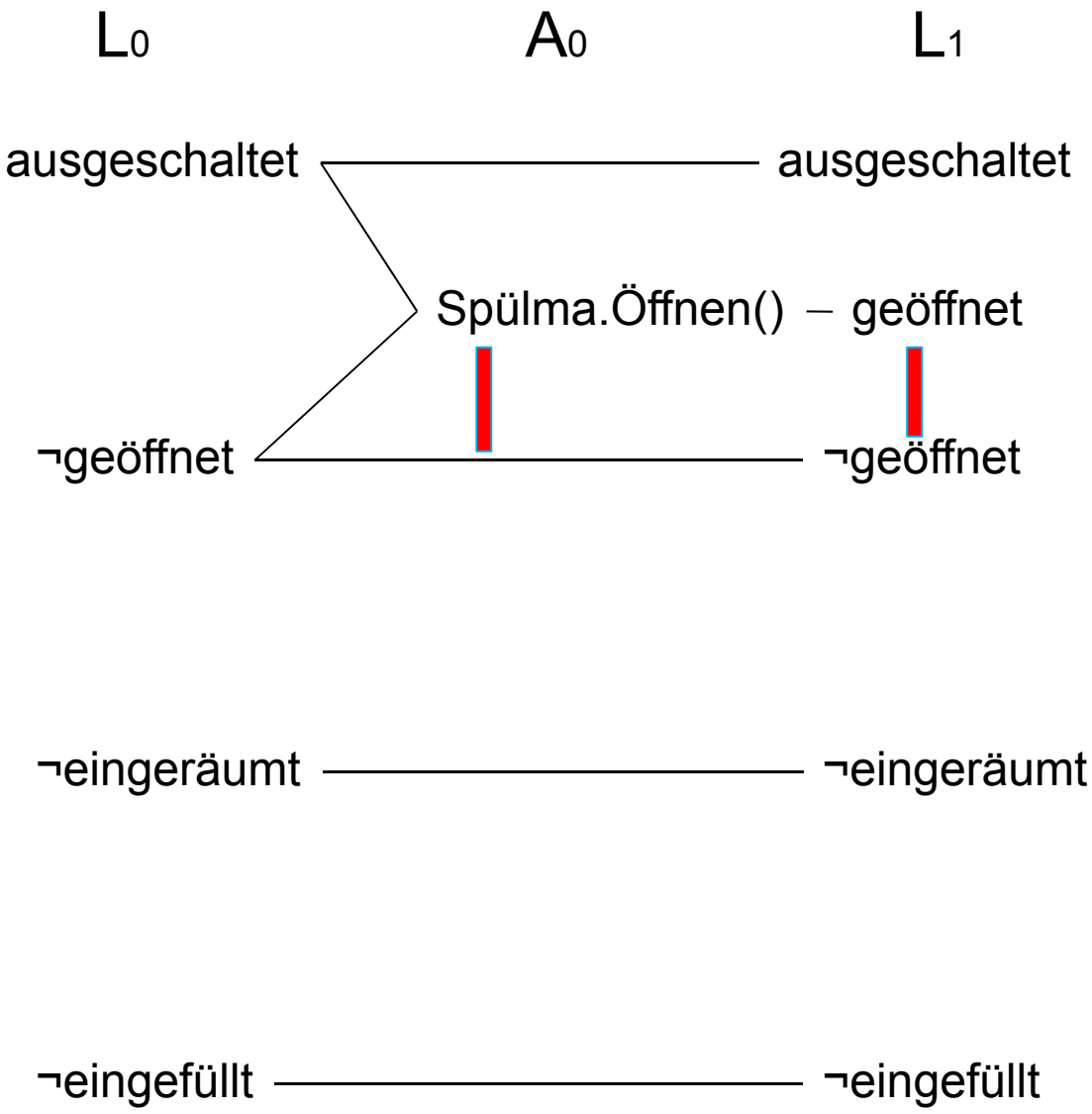
¬eingeräumt

¬eingefüllt

Aufgabe 6.3 - Planungsgraph

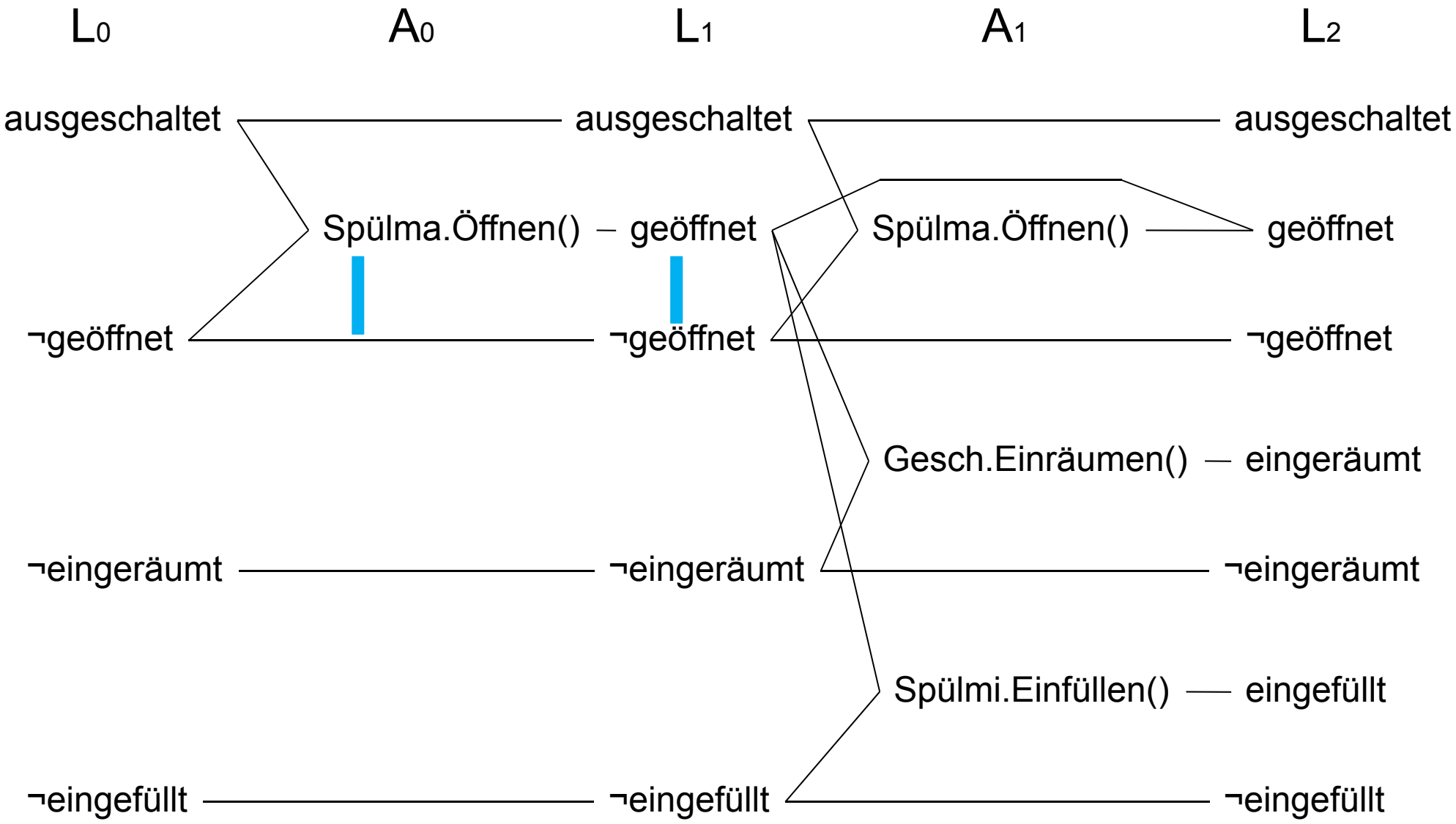


Aufgabe 6.3 - Planungsgraph

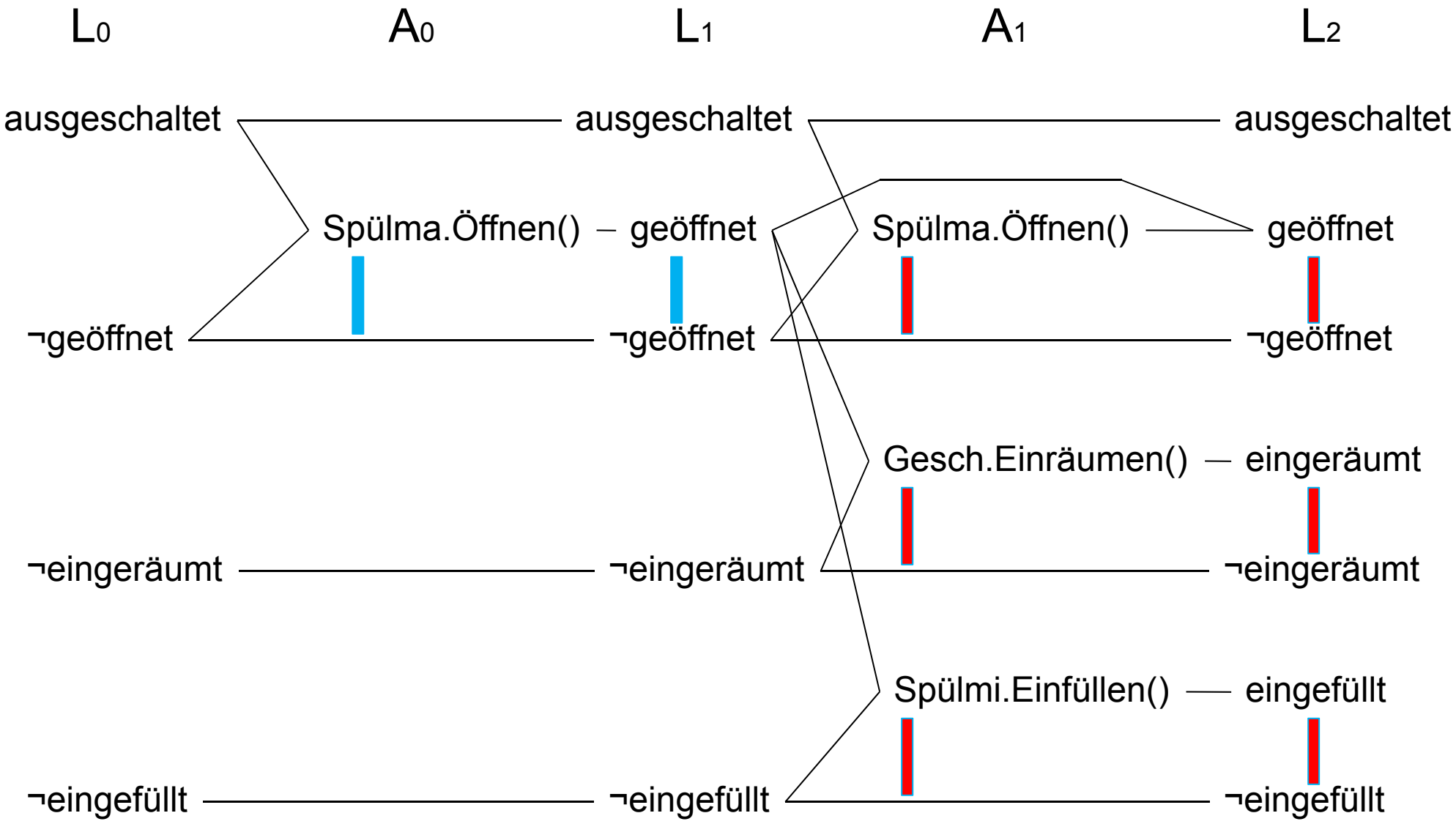


Öffnen(): Komplementäre Effekte. Geöffnet/Nicht geöffnet: Komplementäre Literale

Aufgabe 6.3 - Planungsgraph

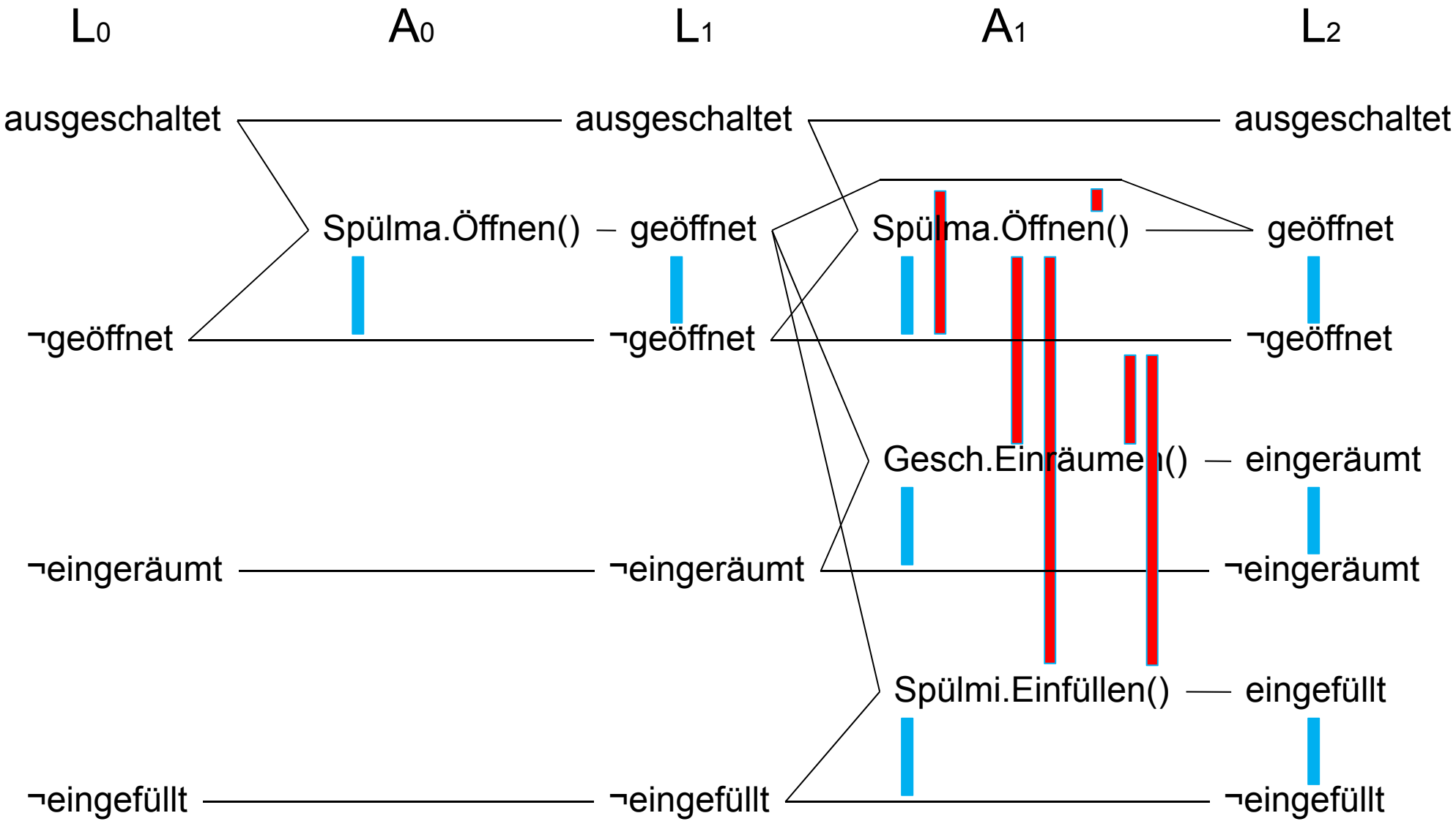


Aufgabe 6.3 - Planungsgraph



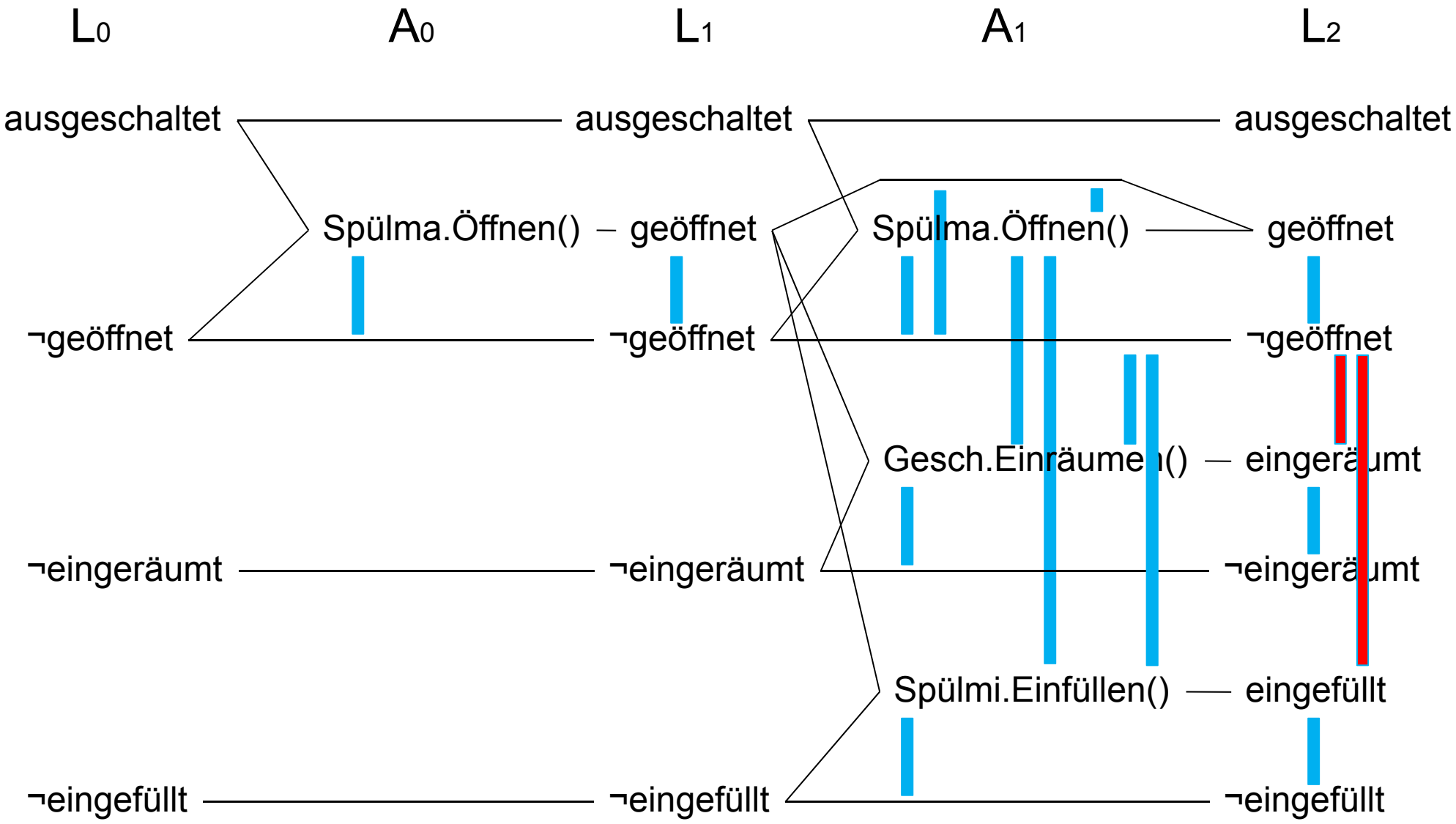
Aktionen: Komplementäre Effekte.
Komplementäre Literale (eingeräumt/nicht eingeräumt; eingefüllt/nicht eingefüllt)

Aufgabe 6.3 - Planungsgraph



Sich ausschließende Vorbedingungen

Aufgabe 6.3 - Planungsgraph

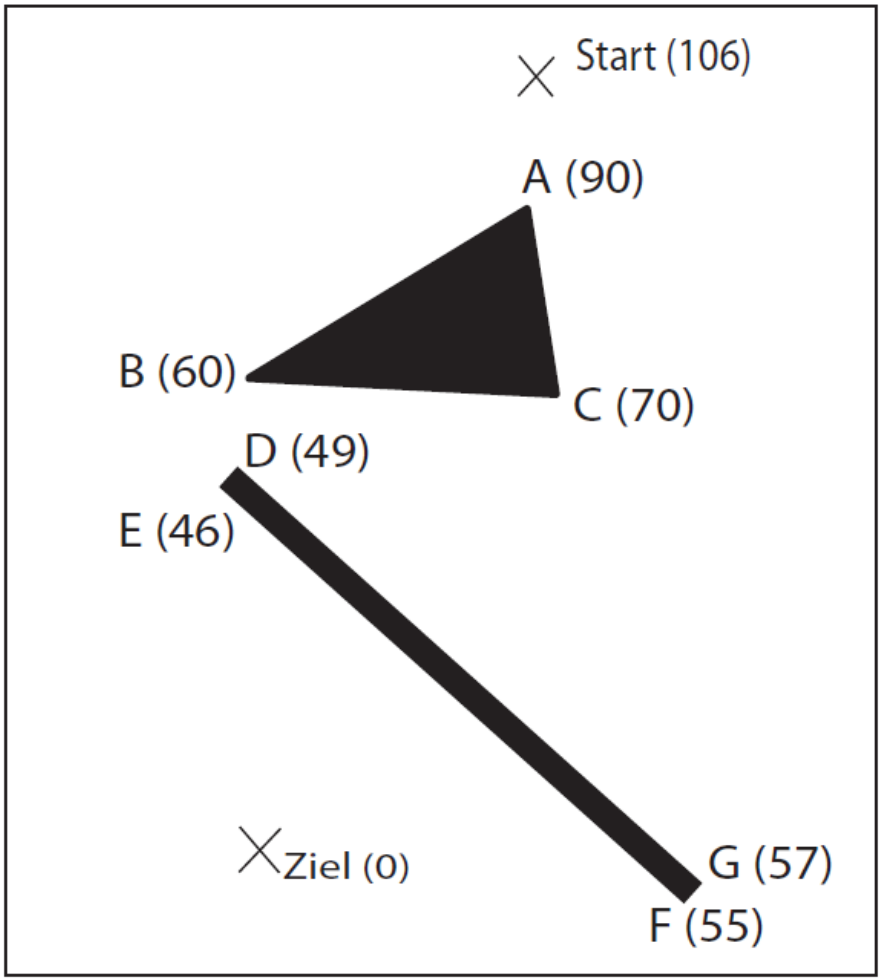


Resultate sich ausschließender Aktionen schließen sich aus

Aufgabe 6.4

Bahnplanung

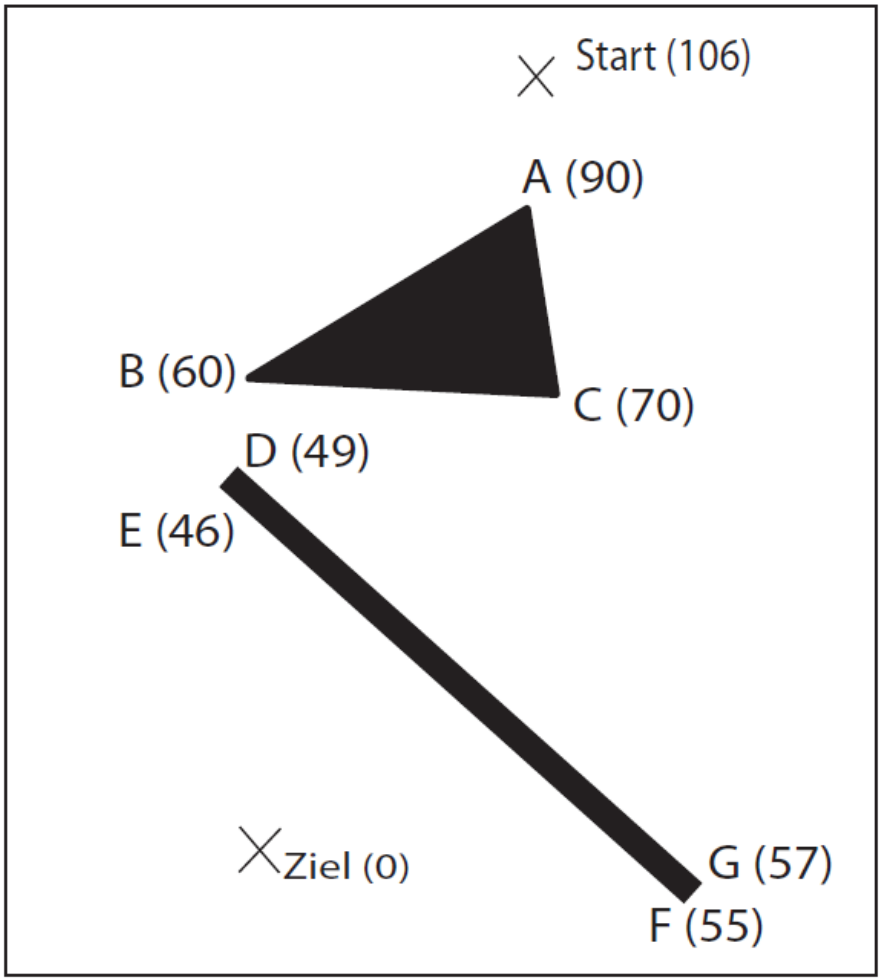
Aufgabe 6.4 - Bahnplanung



Gegeben

- Hinderniskonstellation mit einem punktförmigen mobilen Roboter am Startpunkt
- Eckpunkte mit Distanzen zum Zielpunkt

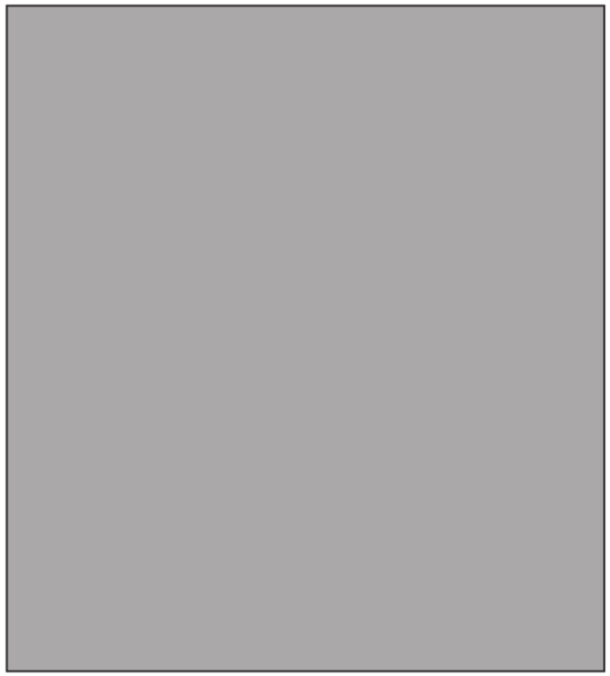
Aufgabe 6.4.a - Bahnplanung



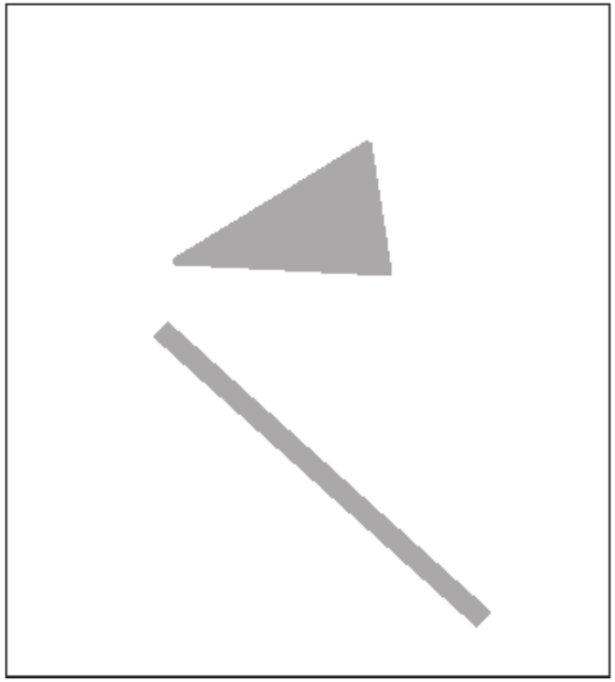
Gesucht

- Konfigurationsraum?
- Hindernisraum?
- Freiraum?

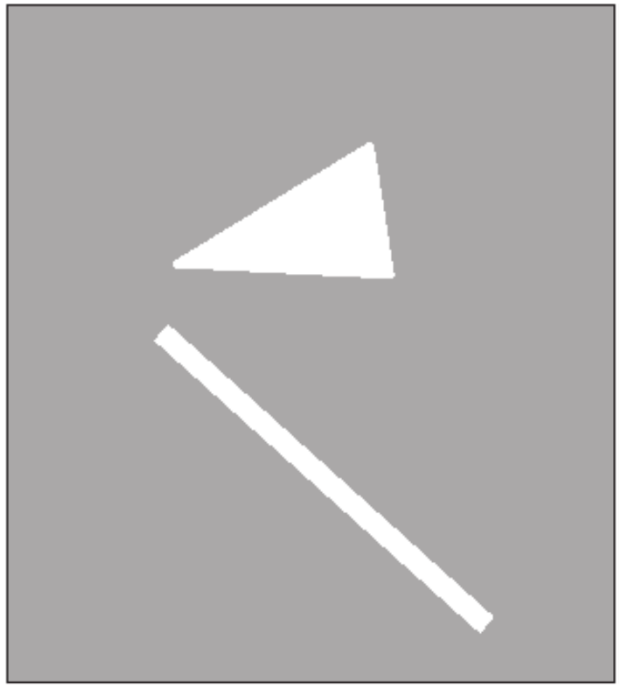
Aufgabe 6.4.a - Bahnplanung



Konfigurationsraum



Hindernisraum

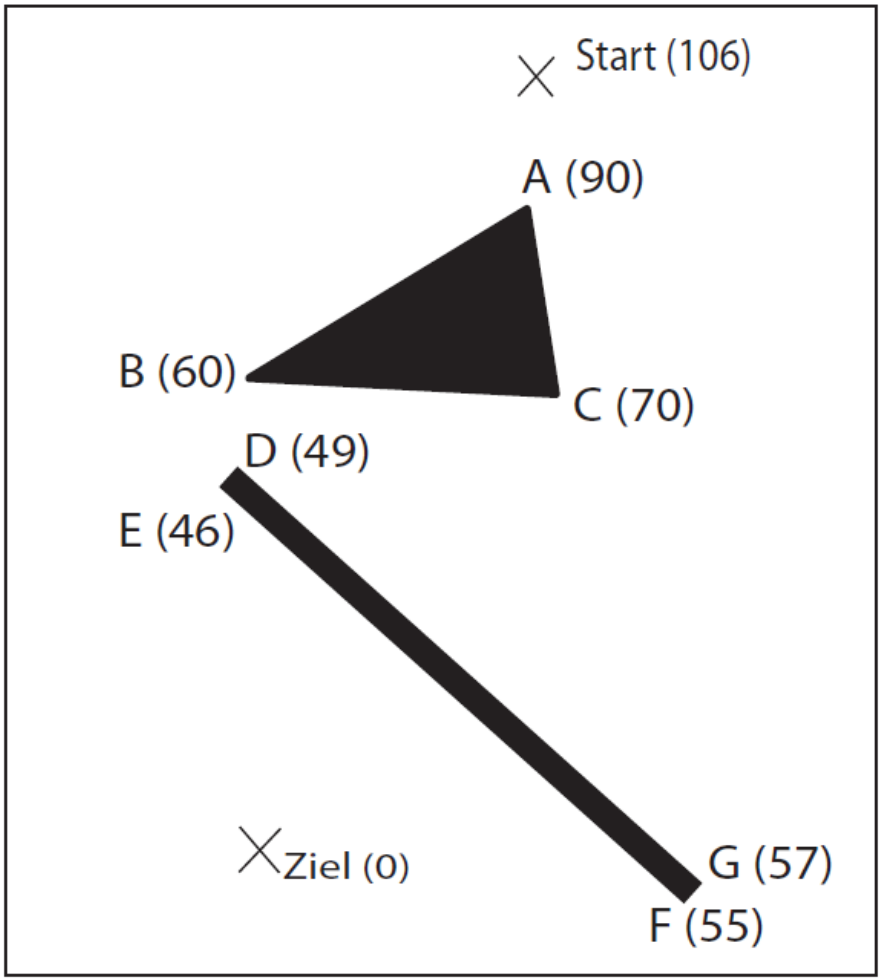


Freiraum

Roboter als Punkt darstellen

- Erweitere Hindernisse um Roboterradius d/2
- Berechne damit Frei- und Hindernisraum neu

Aufgabe 6.4.b - Bahnplanung

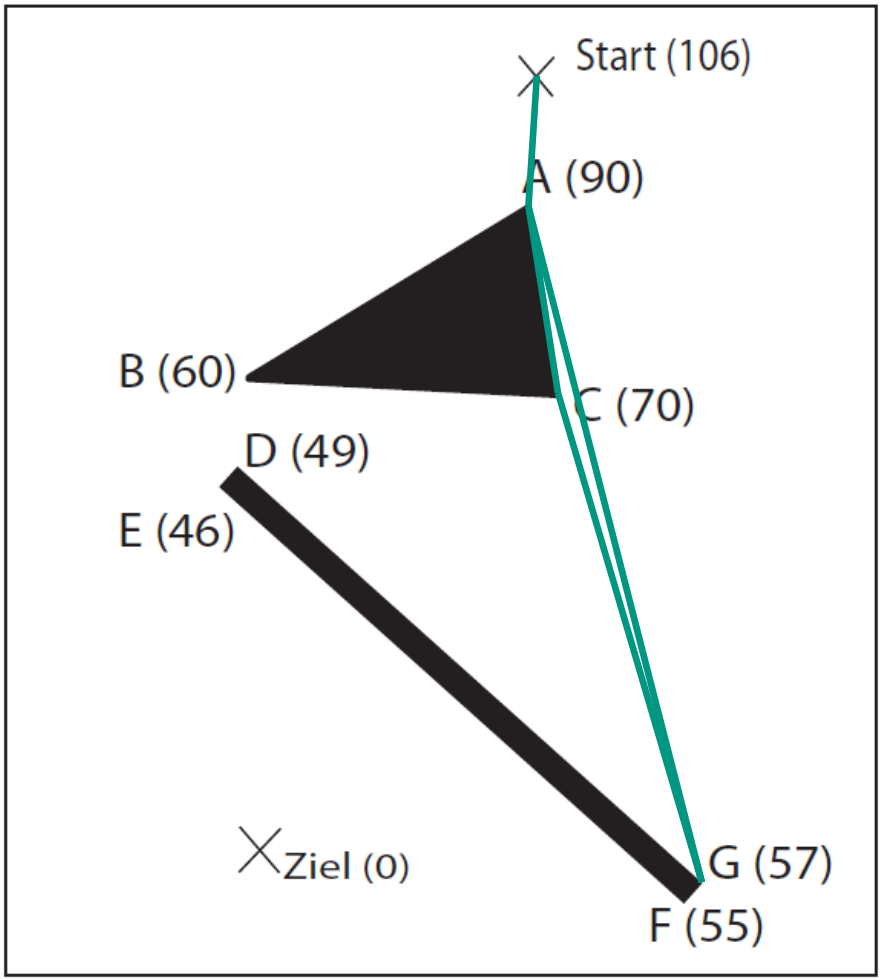


Gesucht

- Sichtgraph?

- Sichtverbindungen zwischen Ecken der Hindernisse
- Auch Ränder sind Verbindungen zwischen den Ecken
- Verbindungen aller sichtbaren Eckpunkte der Hindernisse mit Start- und Zielpunkt

Aufgabe 6.4.b - Bahnplanung

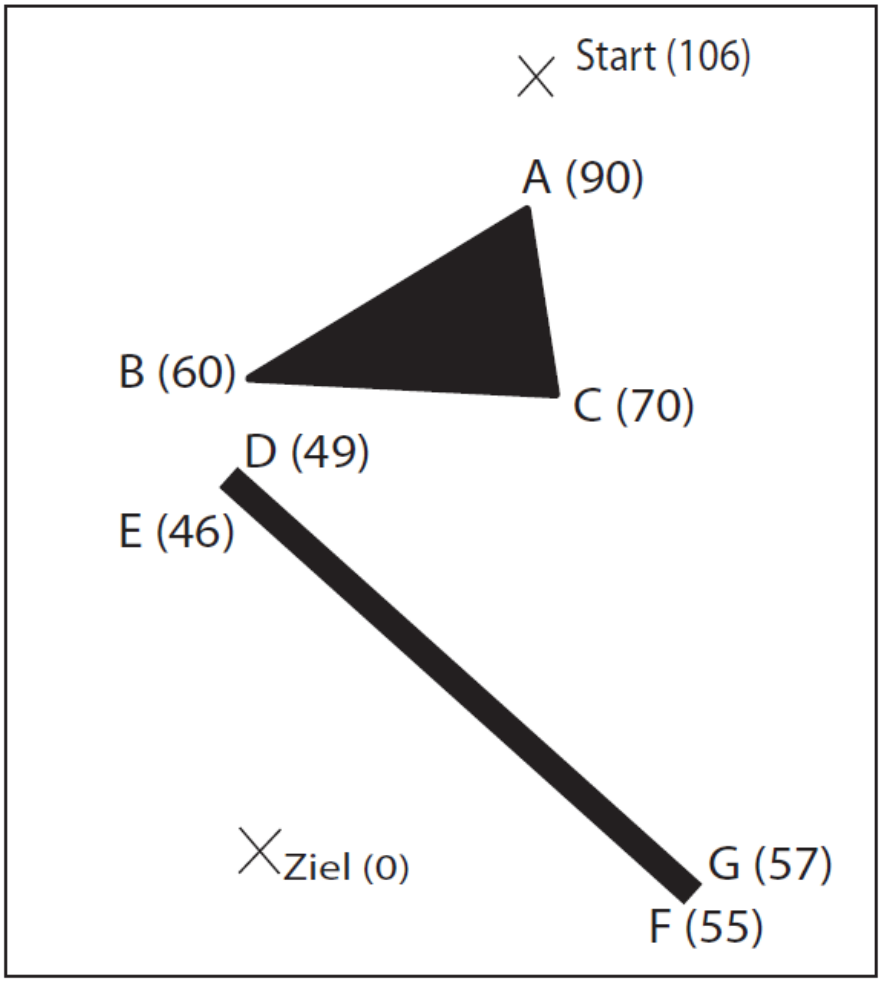


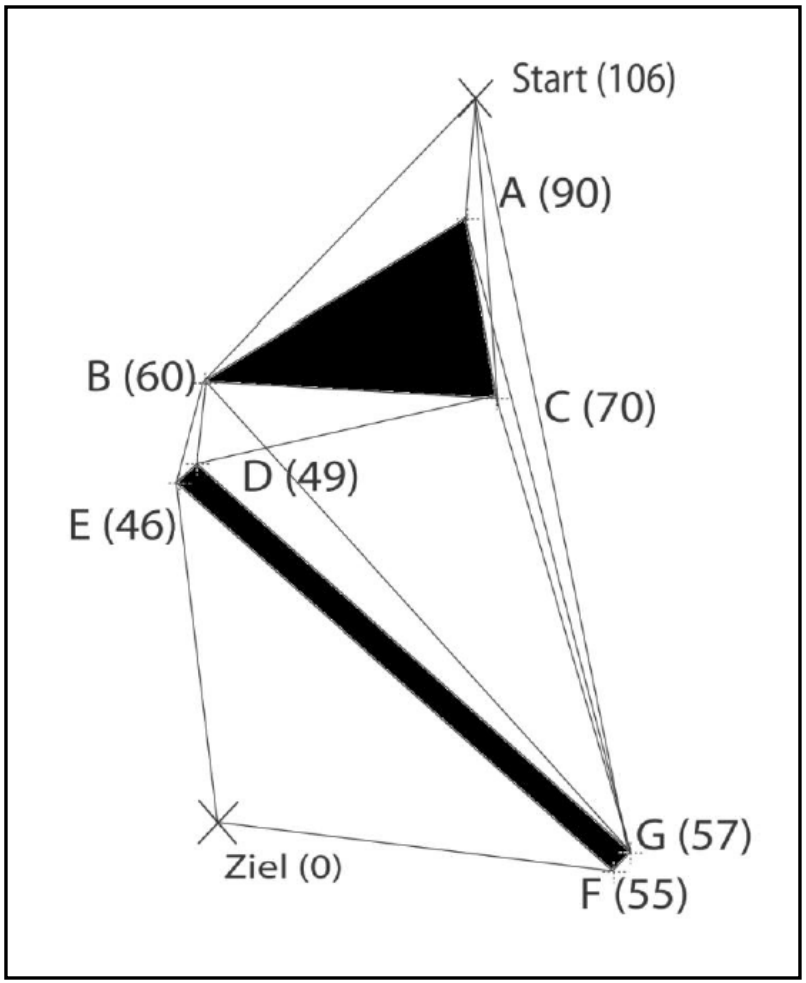
Gesucht

- Sichtgraph?

- Sichtverbindungen zwischen Ecken der Hindernisse
- Auch Ränder sind Verbindungen zwischen den Ecken
- Verbindungen aller sichtbaren Eckpunkte der Hindernisse mit Start- und Zielpunkt

Aufgabe 6.4.b - Bahnplanung

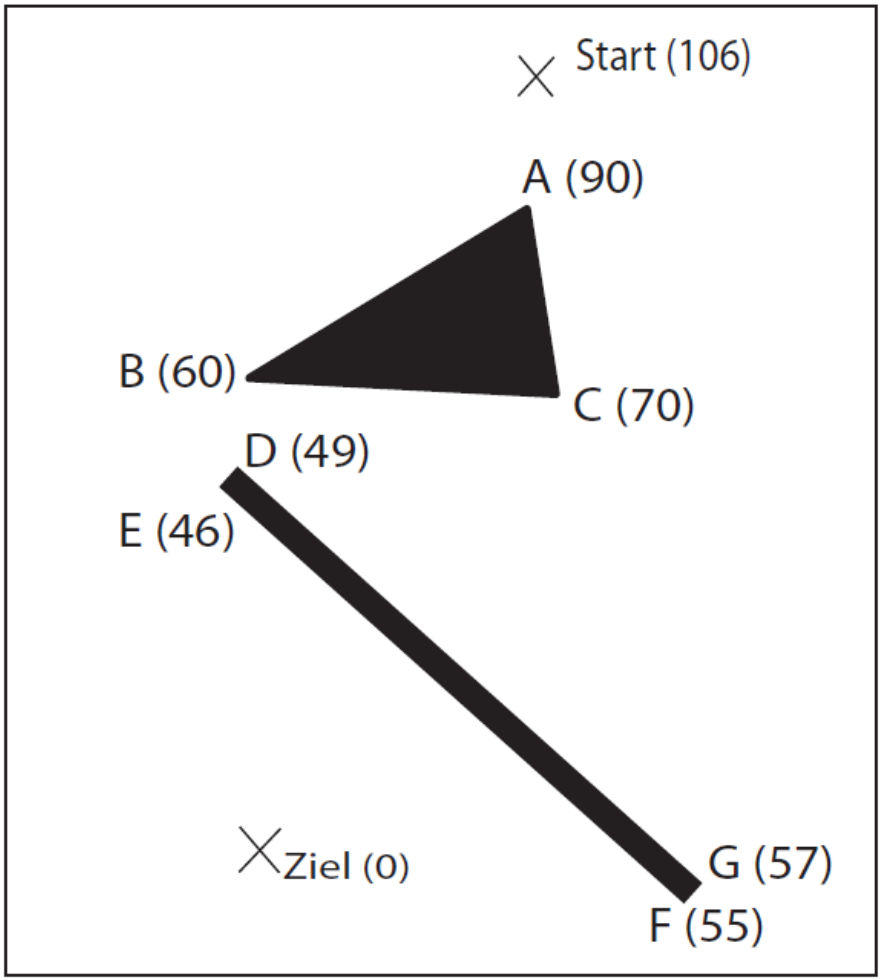




Onlinefrage Nr. 3:

Der Sichtgraph besitzt 19 Kanten.

Aufgabe 6.4.c - Bahnplanung

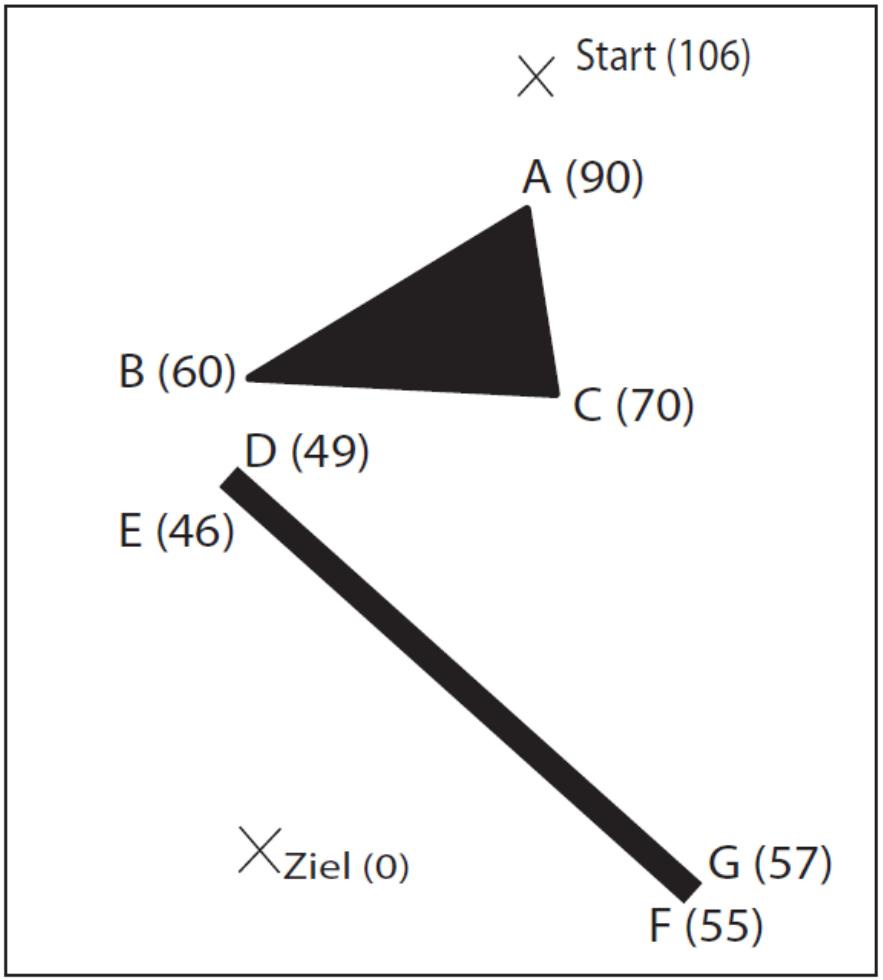


Distanzen zwischen den Punkten

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

g(n) : Kosten vom Startknoten zum Knoten n.
h(n) : Kosten des direkten Weges vom Knoten n zum Zielknoten.

Aufgabe 6.4.c - Bahnplanung



Distanzen zwischen den Punkten

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

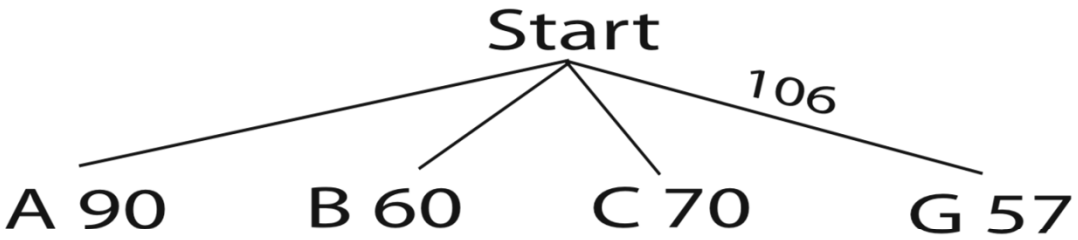
1. Der Planer expandiert jeweils den Knoten n, bei dem die Evaluationsfunktion h(n) minimal ist.

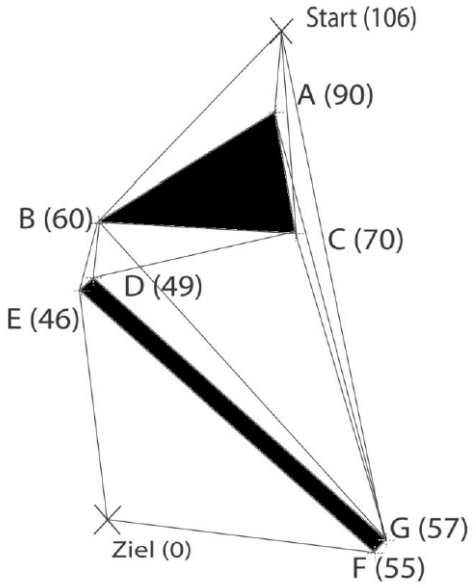
→ Greedy-Algorithmus

106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

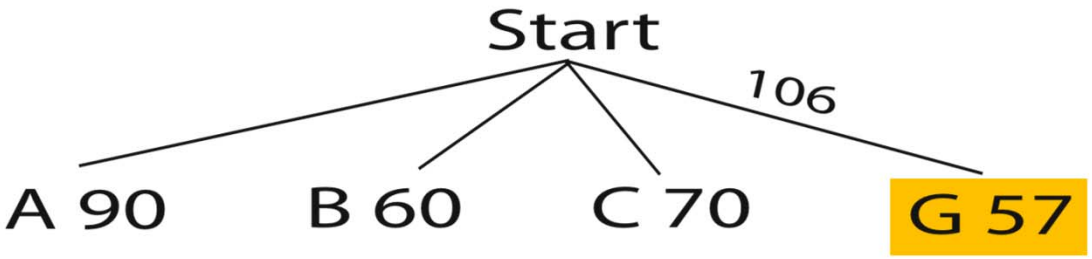


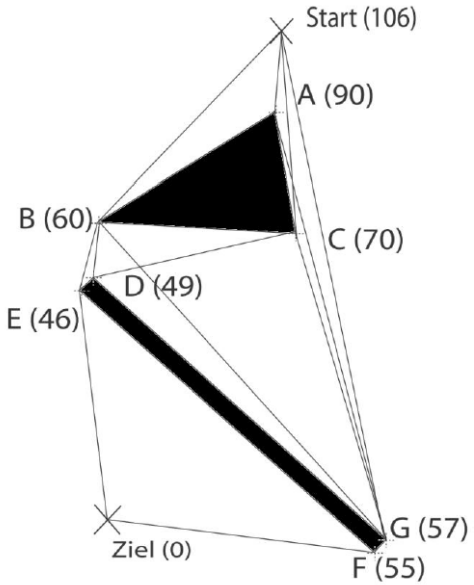


106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

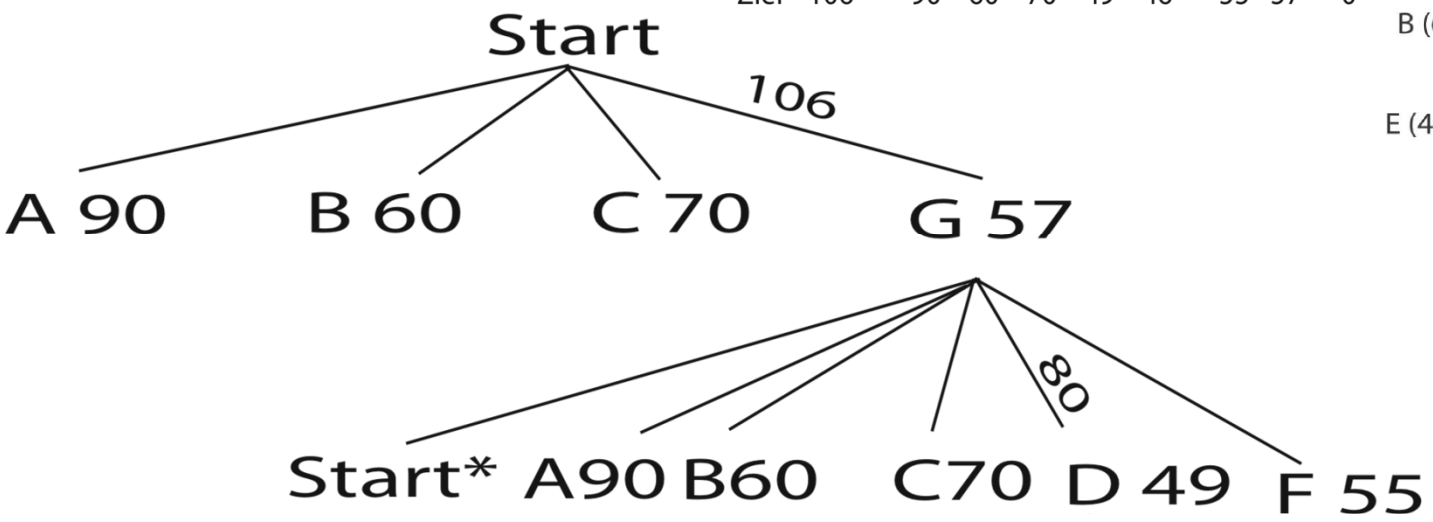


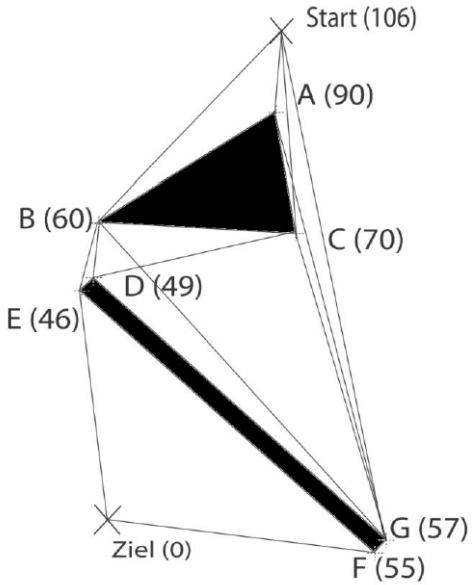


106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

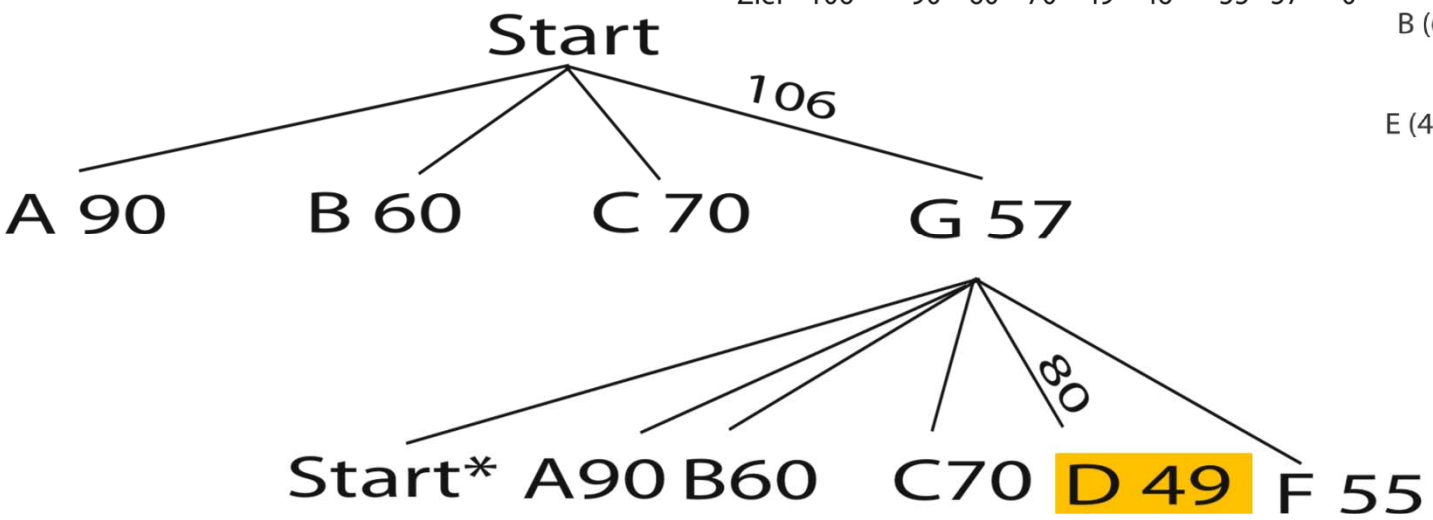


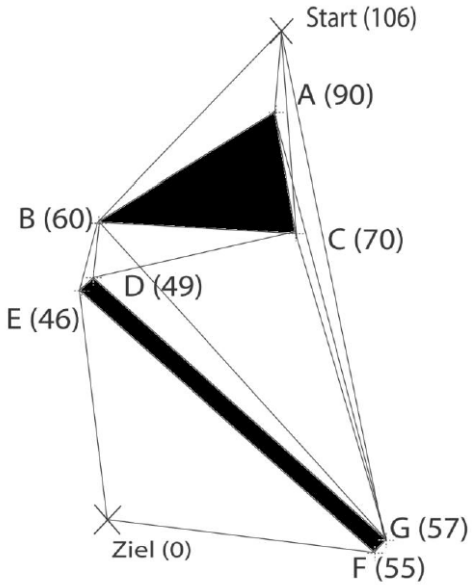


106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

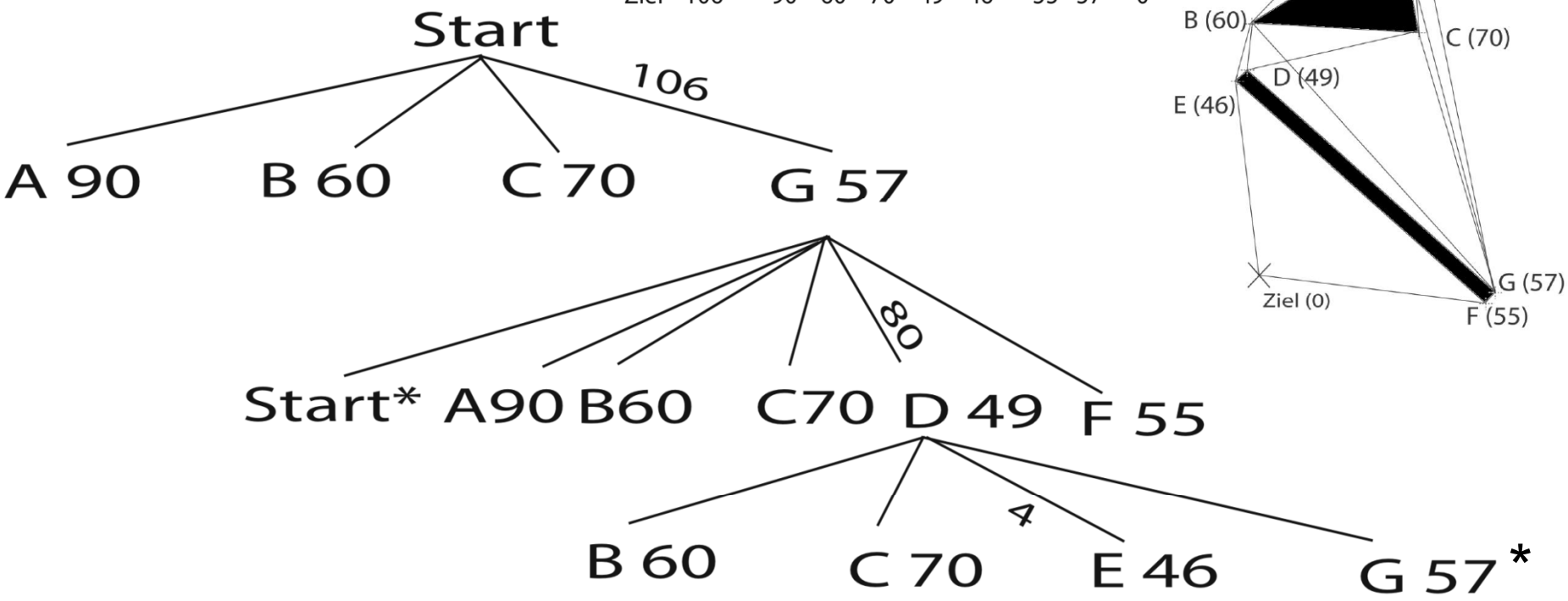


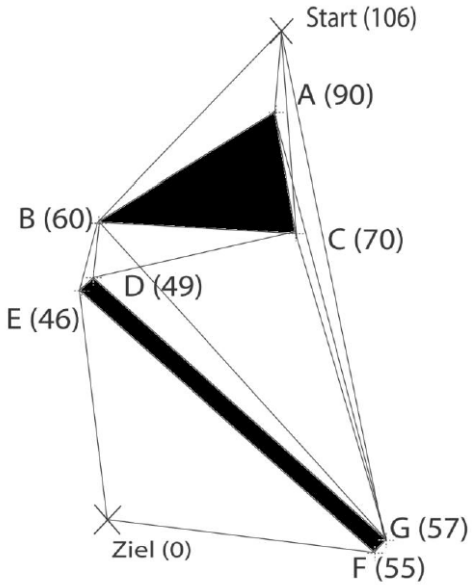


106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

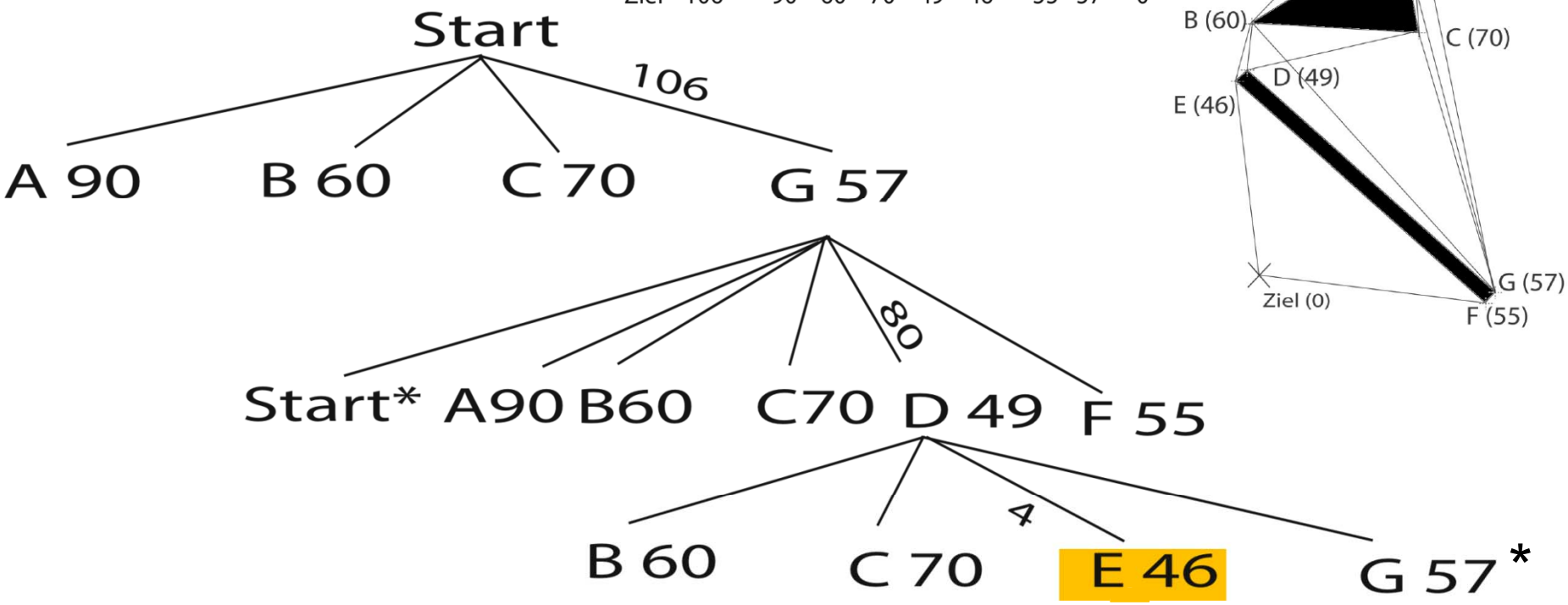


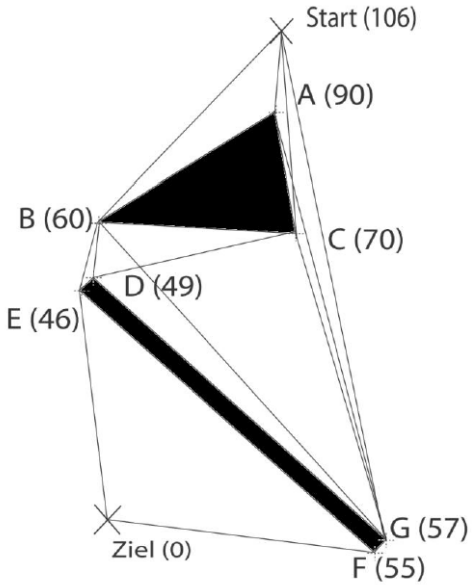


106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

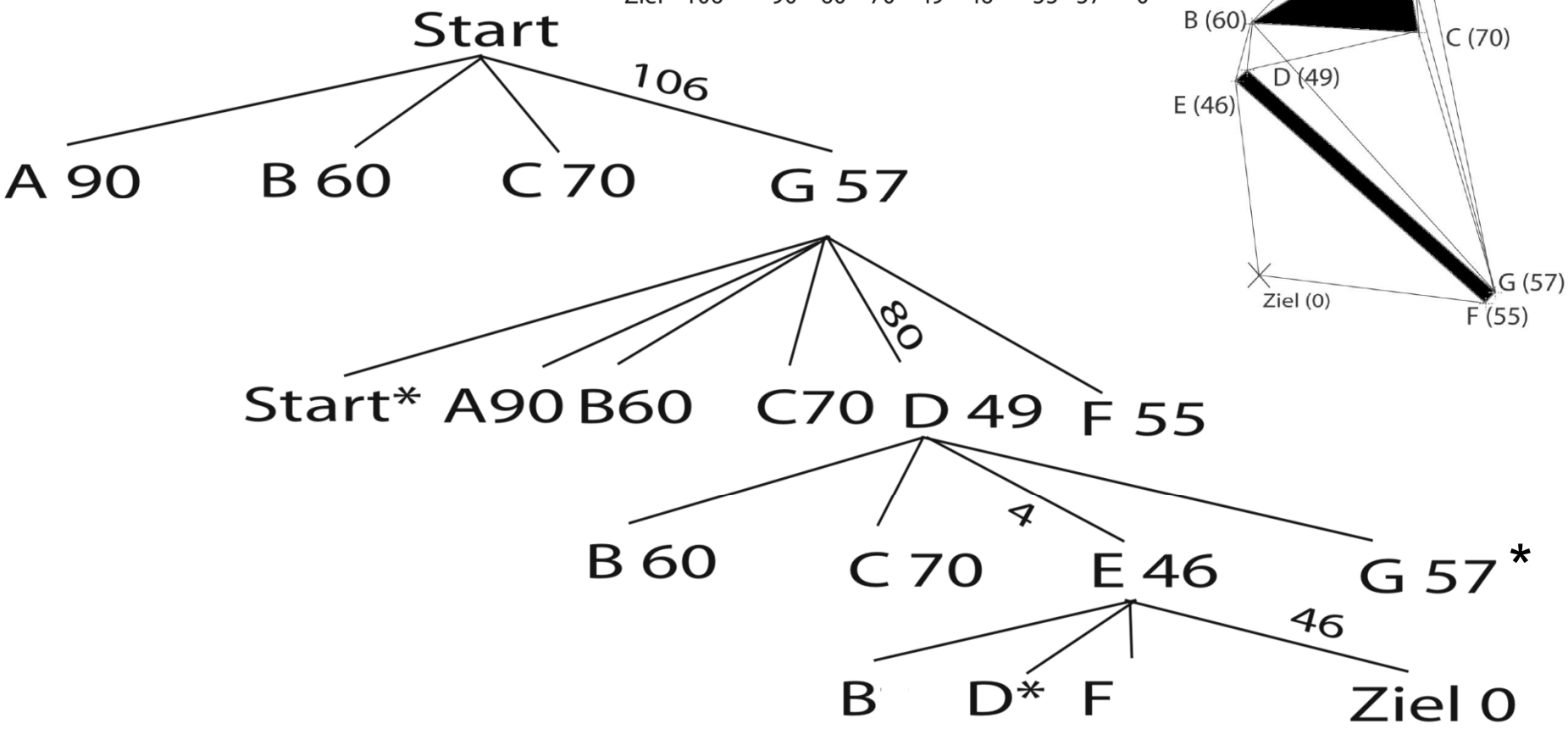


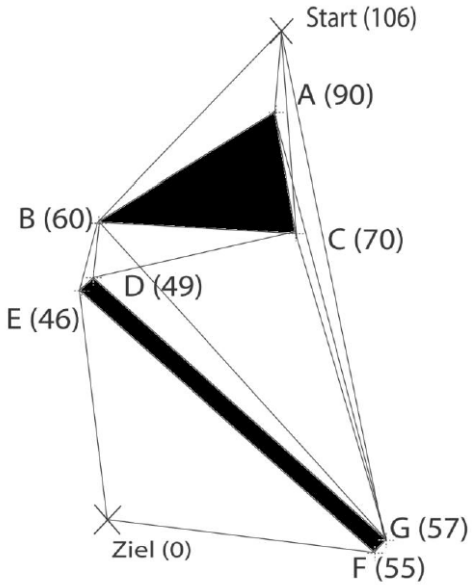


106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

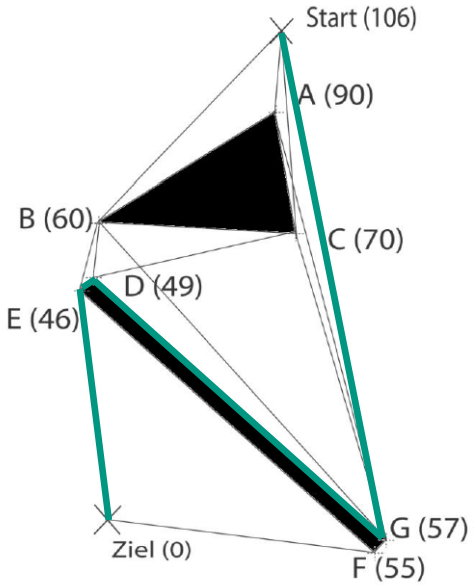


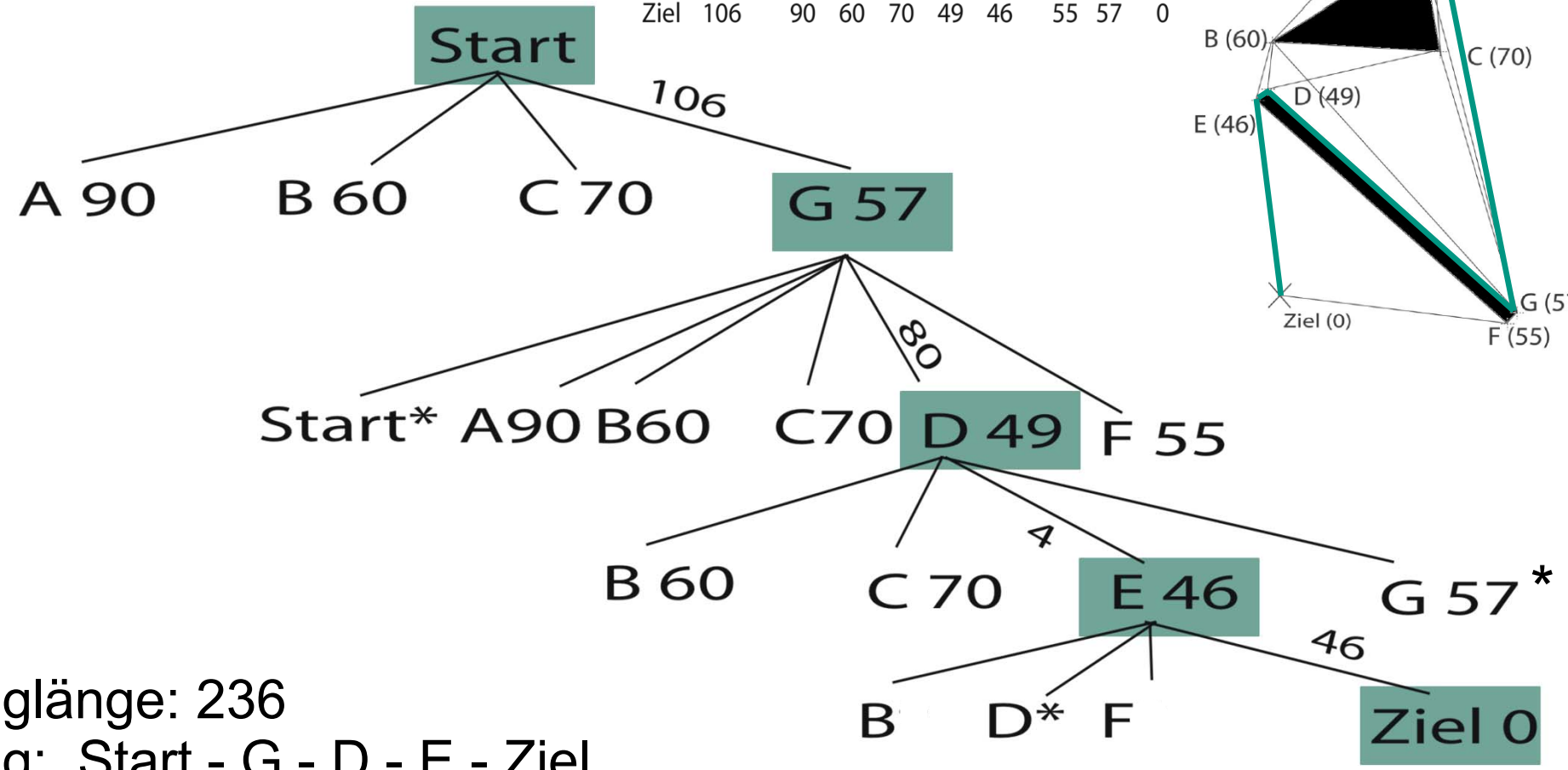


106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)

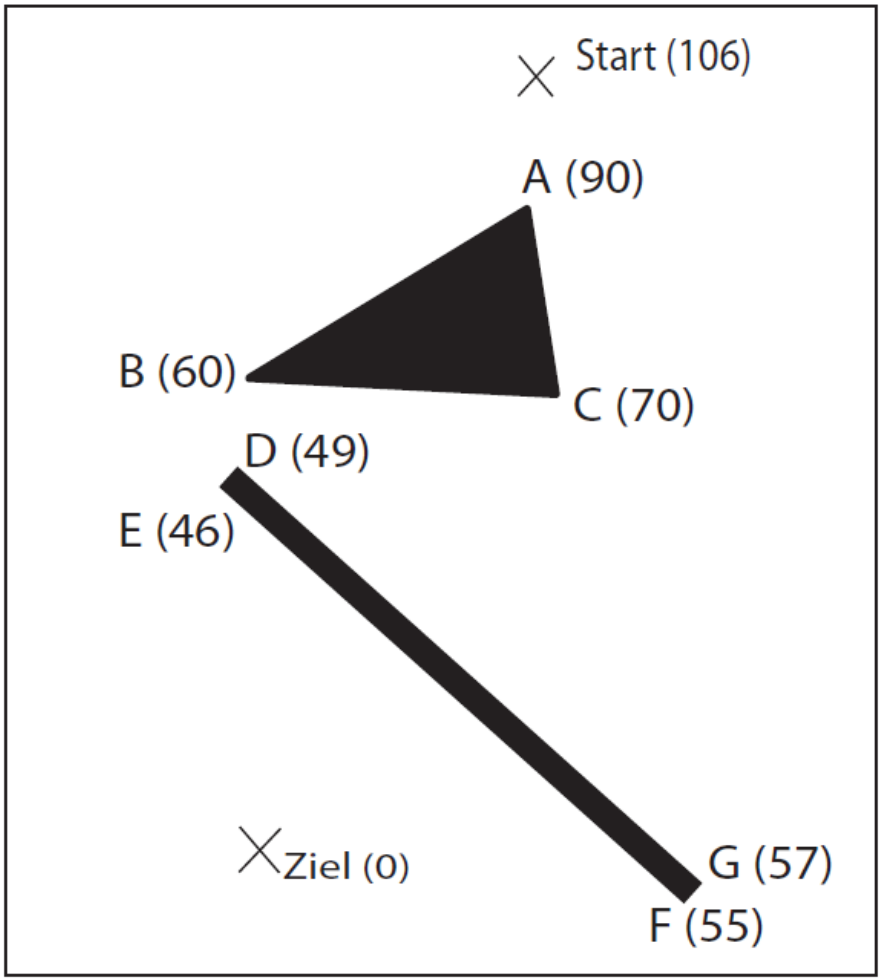
	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0





Weglänge: 236
Weg: Start - G - D - E - Ziel
Planer: Greedy

Aufgabe 6.4.c - Bahnplanung



Distanzen zwischen den Punkten

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

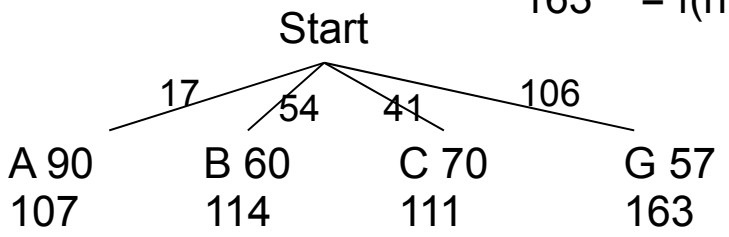
2. Der Planer expandiert jeweils den Knoten n, bei dem die Evaluationsfunktion f(n) = g(n) + h(n) minimal ist.

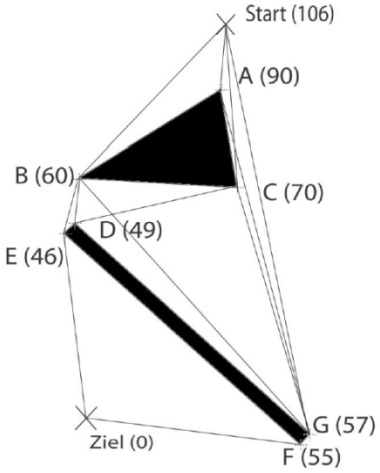
→ A*-Algorithmus

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)
163 = f(n)

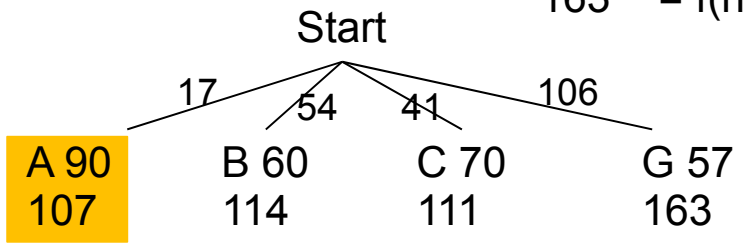


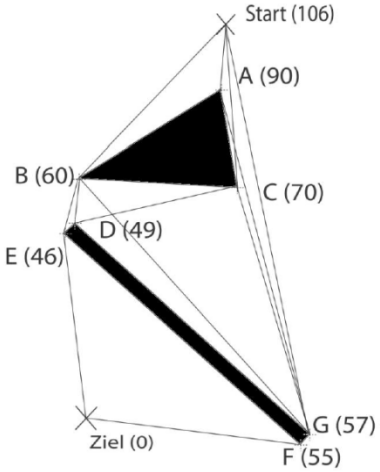


	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)
163 = f(n)

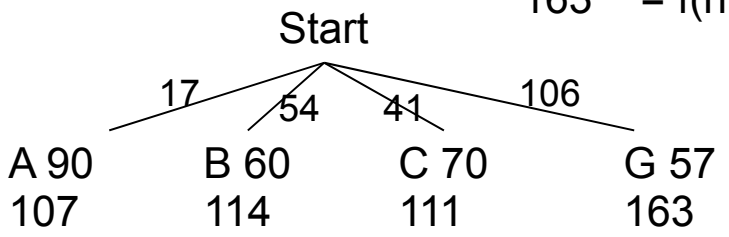


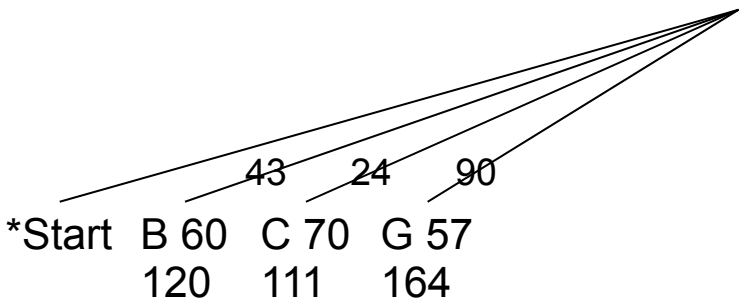


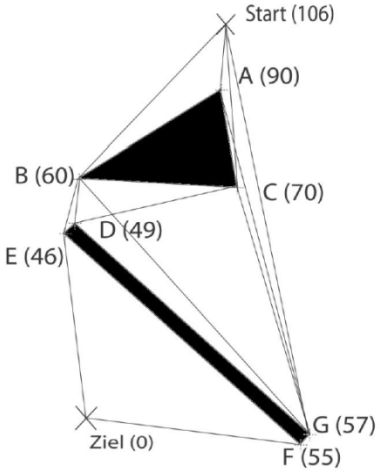
	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)
163 = f(n)



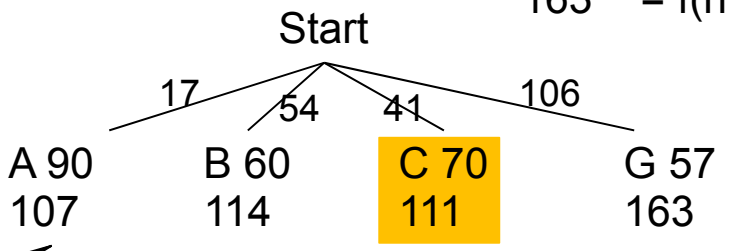


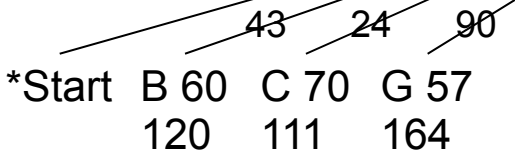


	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

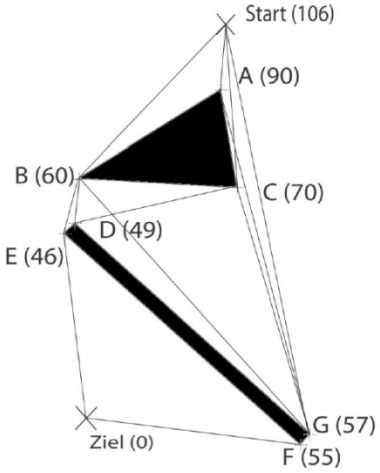
106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)
163 = f(n)





*Start B 60 C 70 G 57
120 111 164

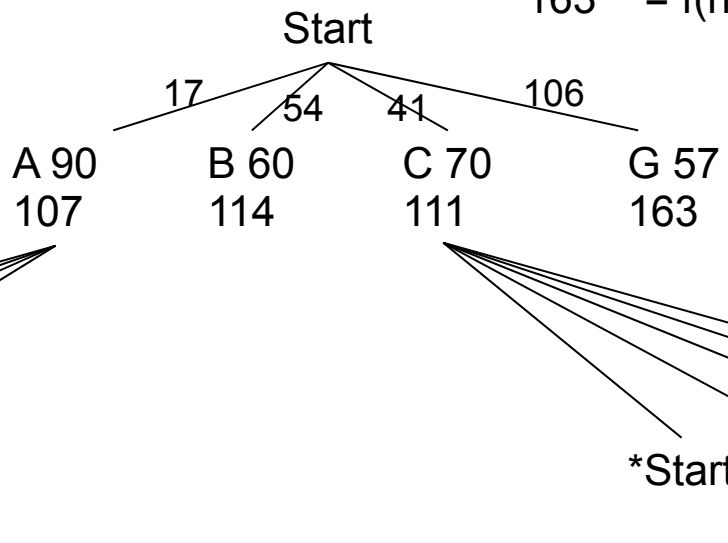


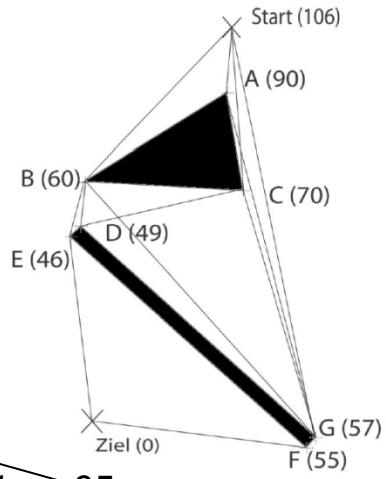
Laut Aufgabenstellung sollen keine Pfade weiterverfolgt werden, wenn bekannt ist, dass der gleiche Knoten auch durch gleiche oder geringere Kosten erreicht werden kann. Das ist in diesem Pfad der Fall, da C auch direkt von Start aus erreichbar ist (ohne Umweg über A)

	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)
163 = f(n)

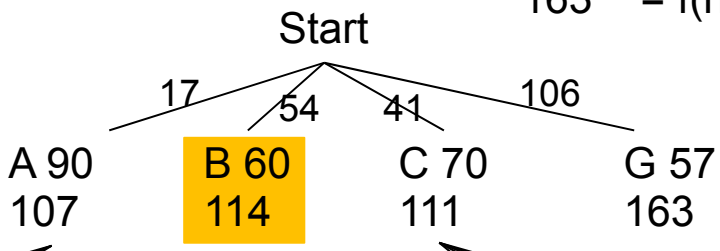


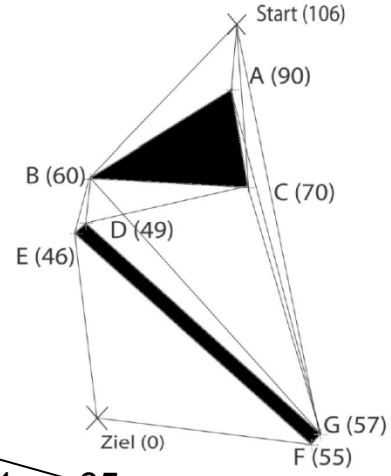


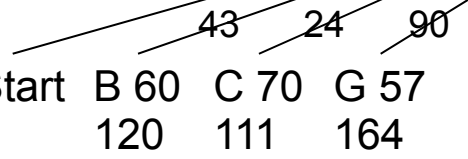
	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

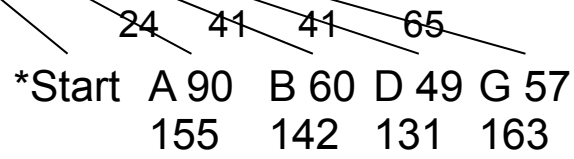
106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)
163 = f(n)





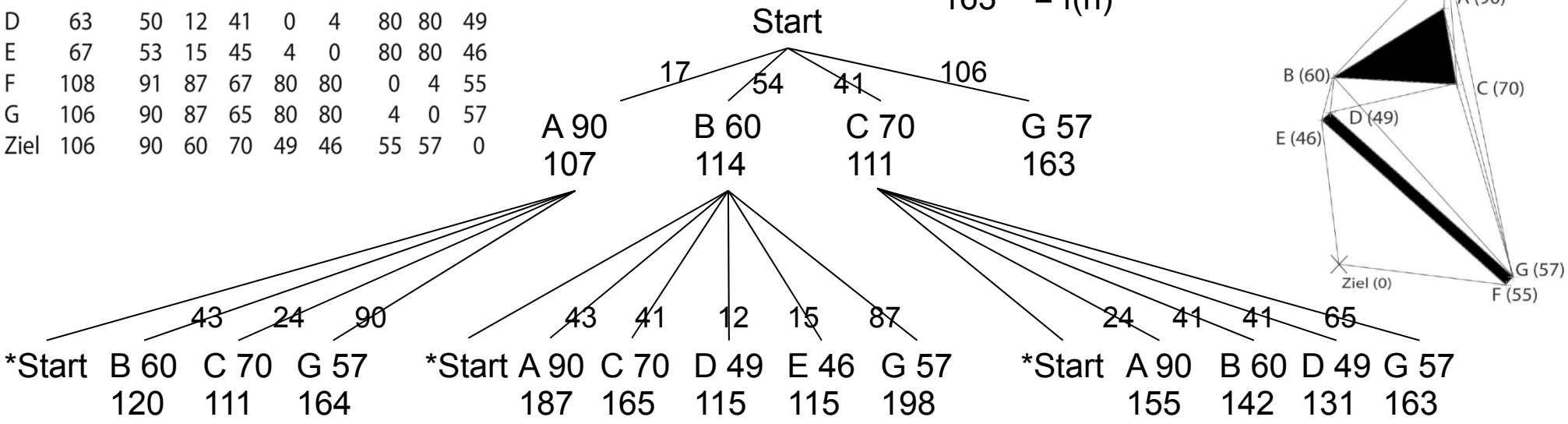


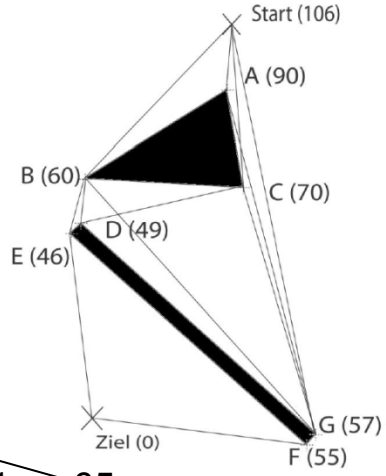


	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)
163 = f(n)

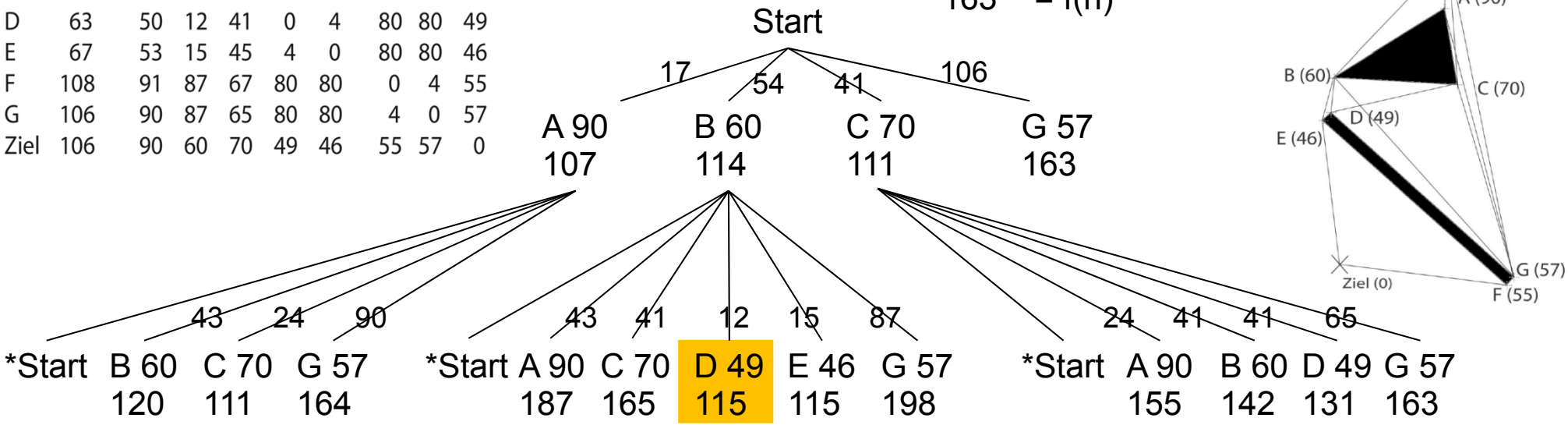


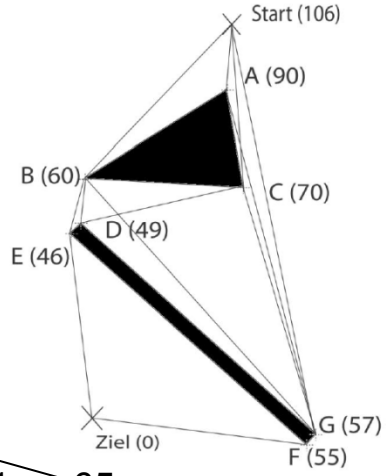


	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)
163 = f(n)

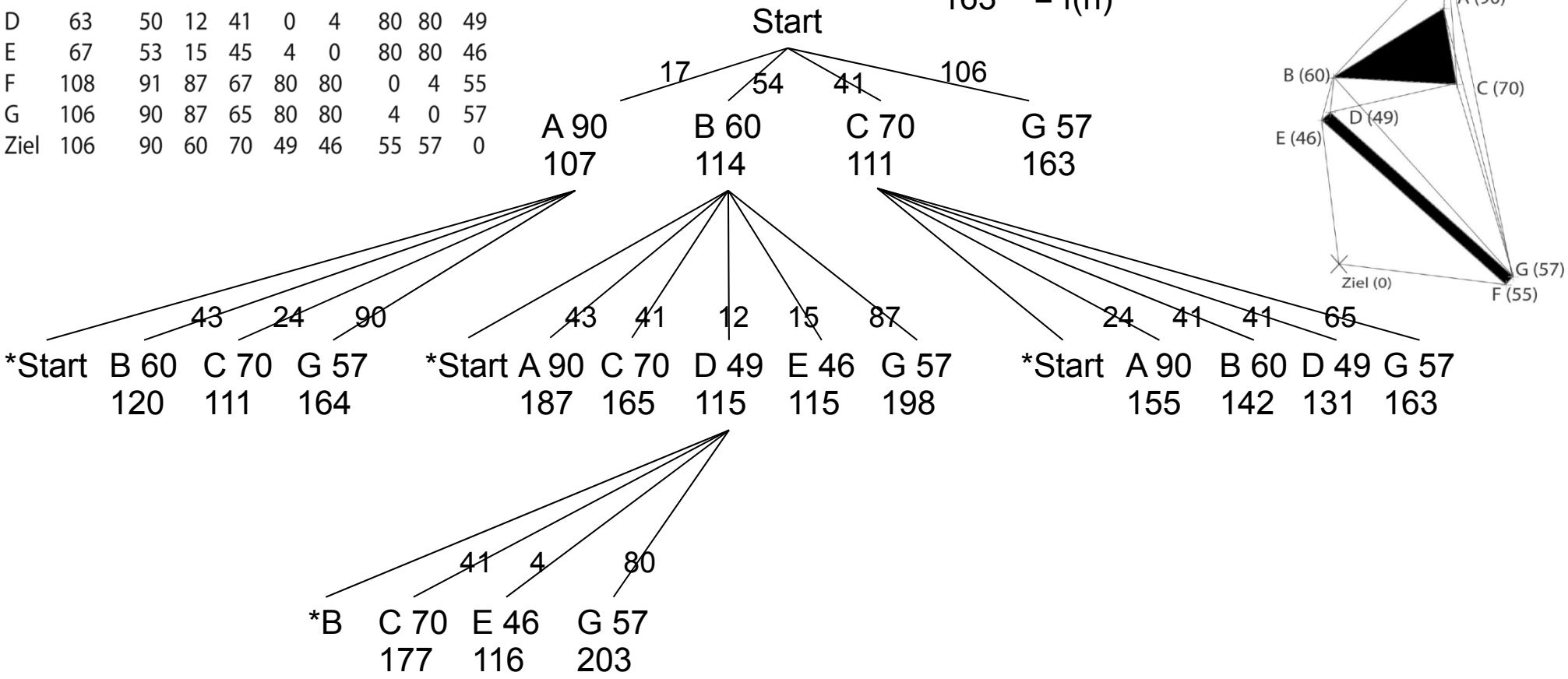


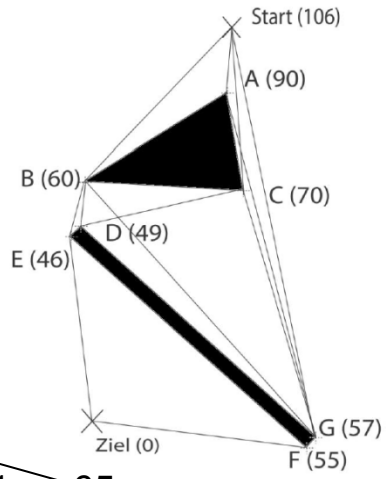


	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)
163 = f(n)

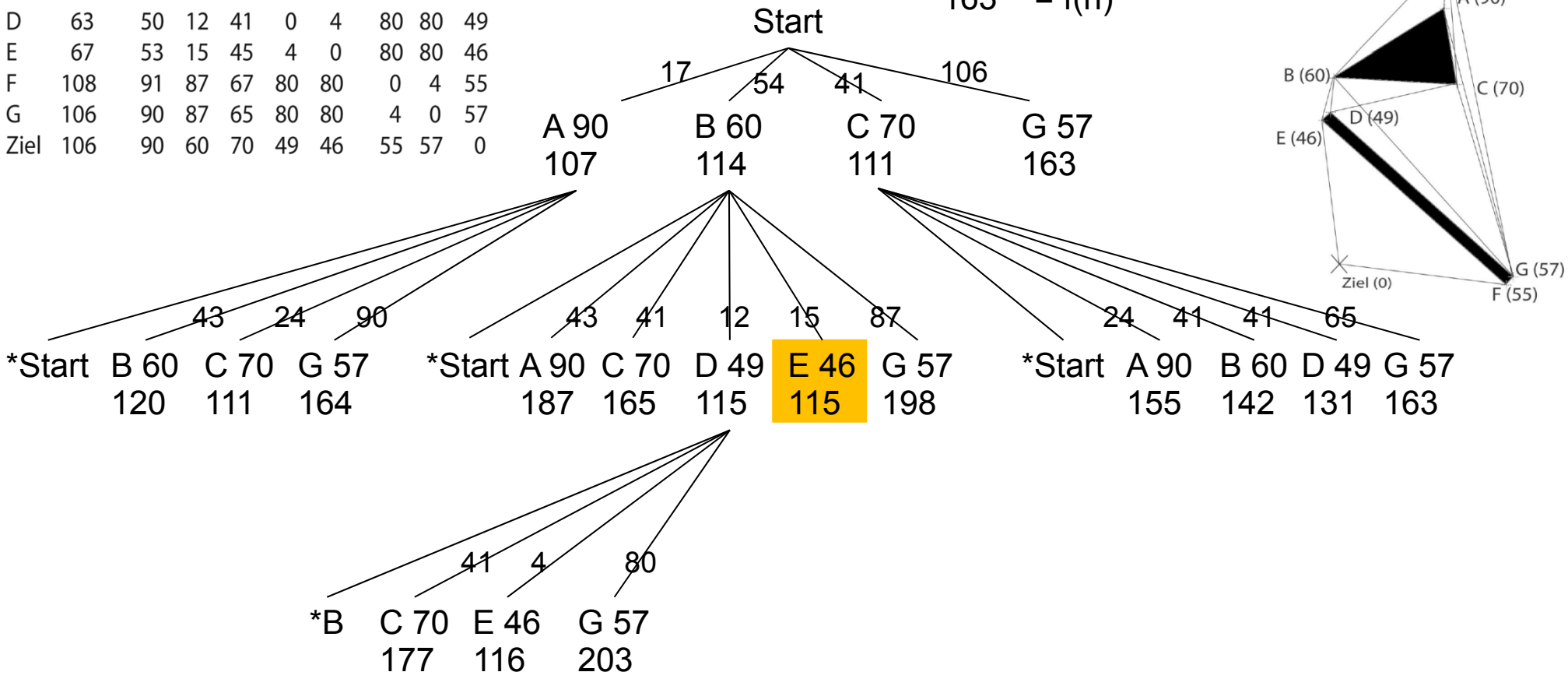


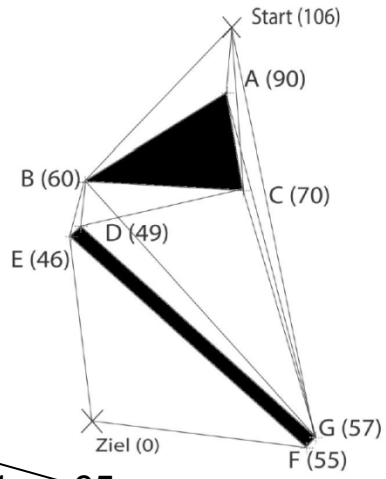


	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)
163 = f(n)

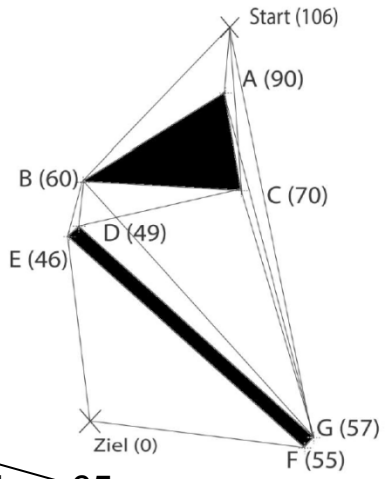


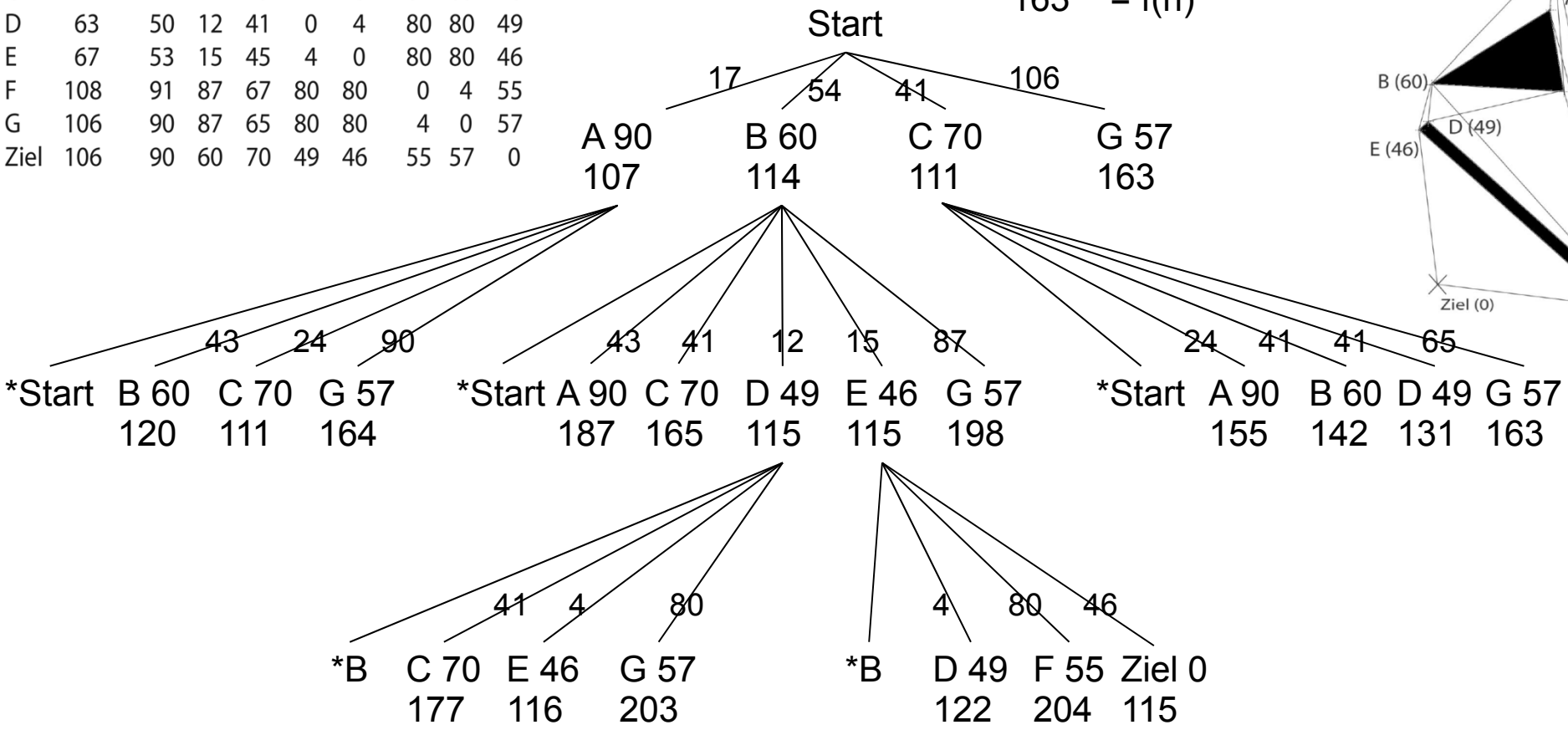


	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

106 = Weg zwischen zwei Knoten

G 57 = h(n)
163 = f(n)

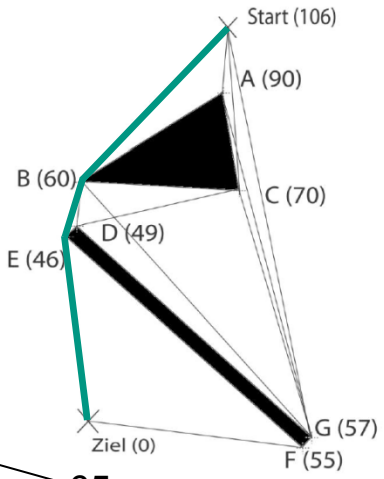


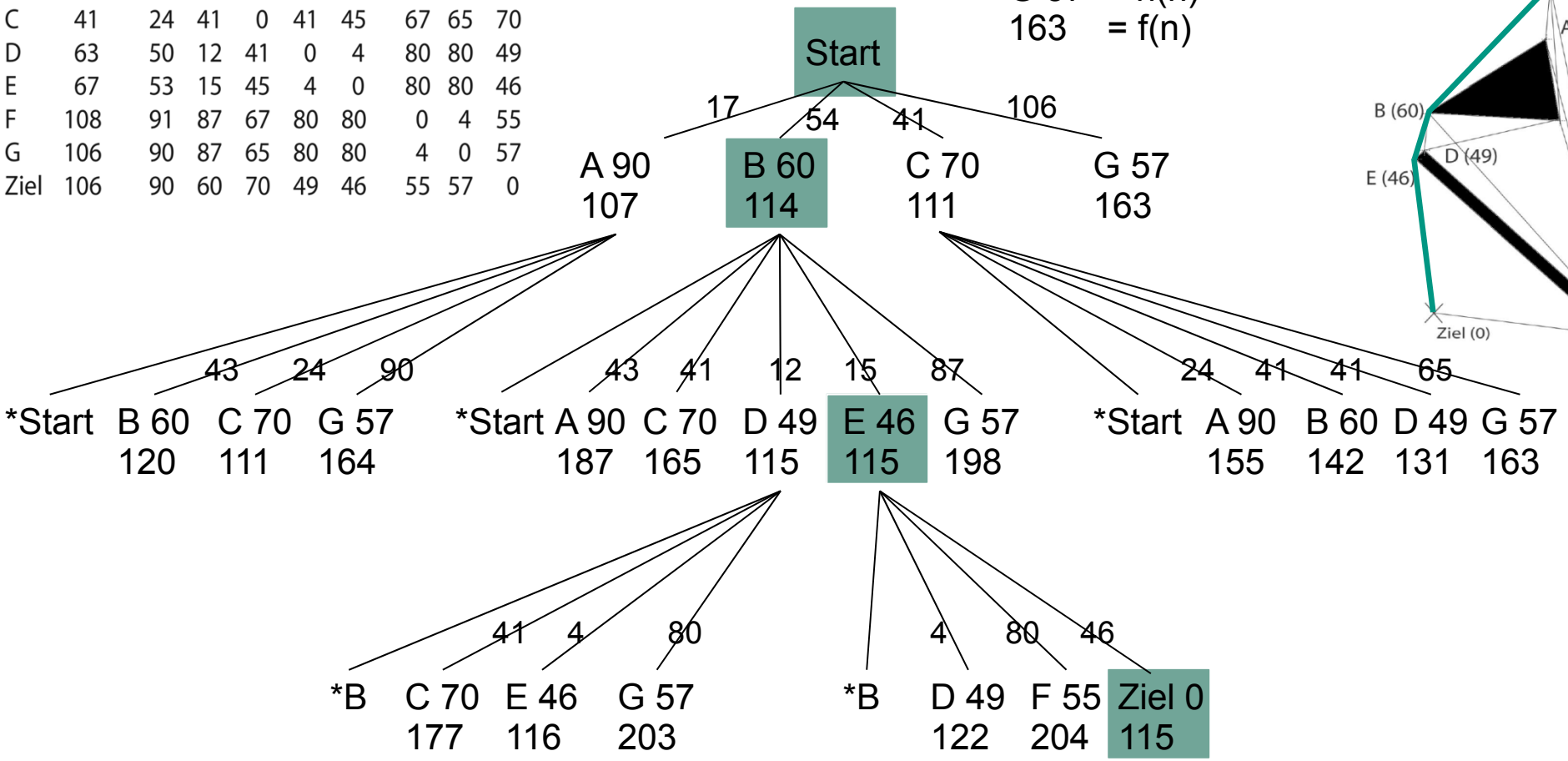


	Start	A	B	C	D	E	F	G	Ziel
Start	0	17	54	41	63	67	108	106	106
A	17	0	43	24	50	53	91	90	90
B	54	43	0	41	12	15	87	87	60
C	41	24	41	0	41	45	67	65	70
D	63	50	12	41	0	4	80	80	49
E	67	53	15	45	4	0	80	80	46
F	108	91	87	67	80	80	0	4	55
G	106	90	87	65	80	80	4	0	57
Ziel	106	90	60	70	49	46	55	57	0

106 = Weg zwischen zwei Knoten

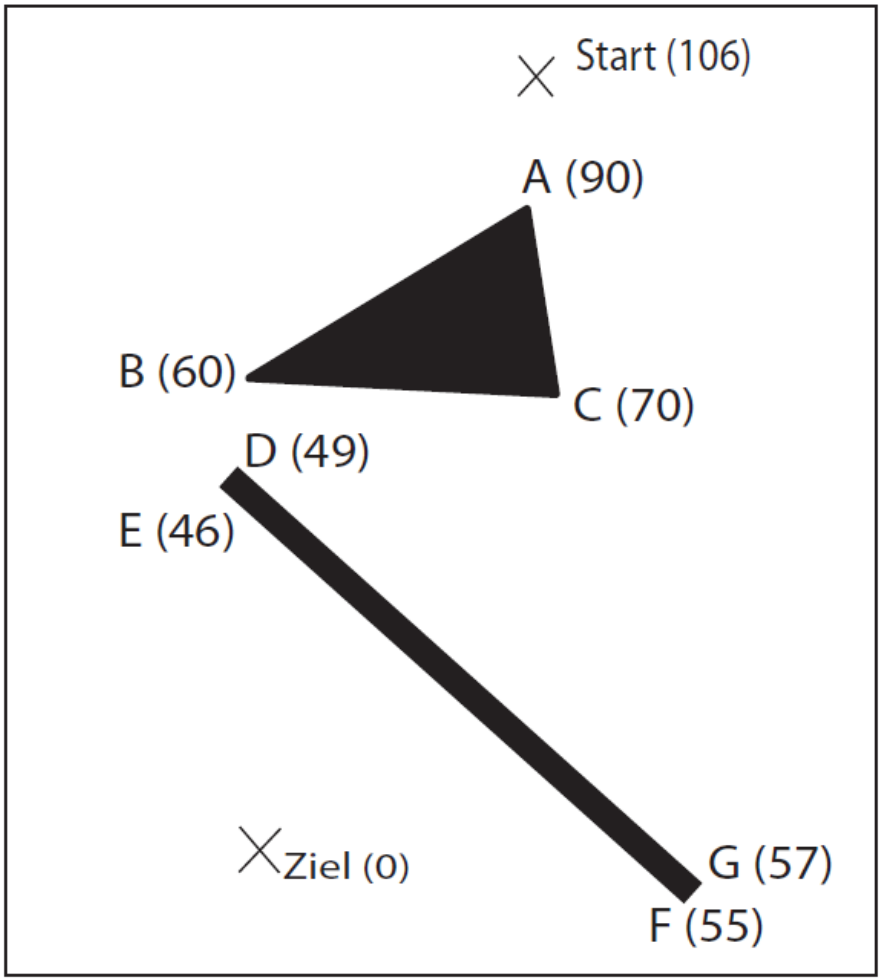
G 57 = h(n)
163 = f(n)





Weglänge: 115 (***Onlinefrage Nr. 4***)
Weg: Start - B - E - Ziel
Planer: A*

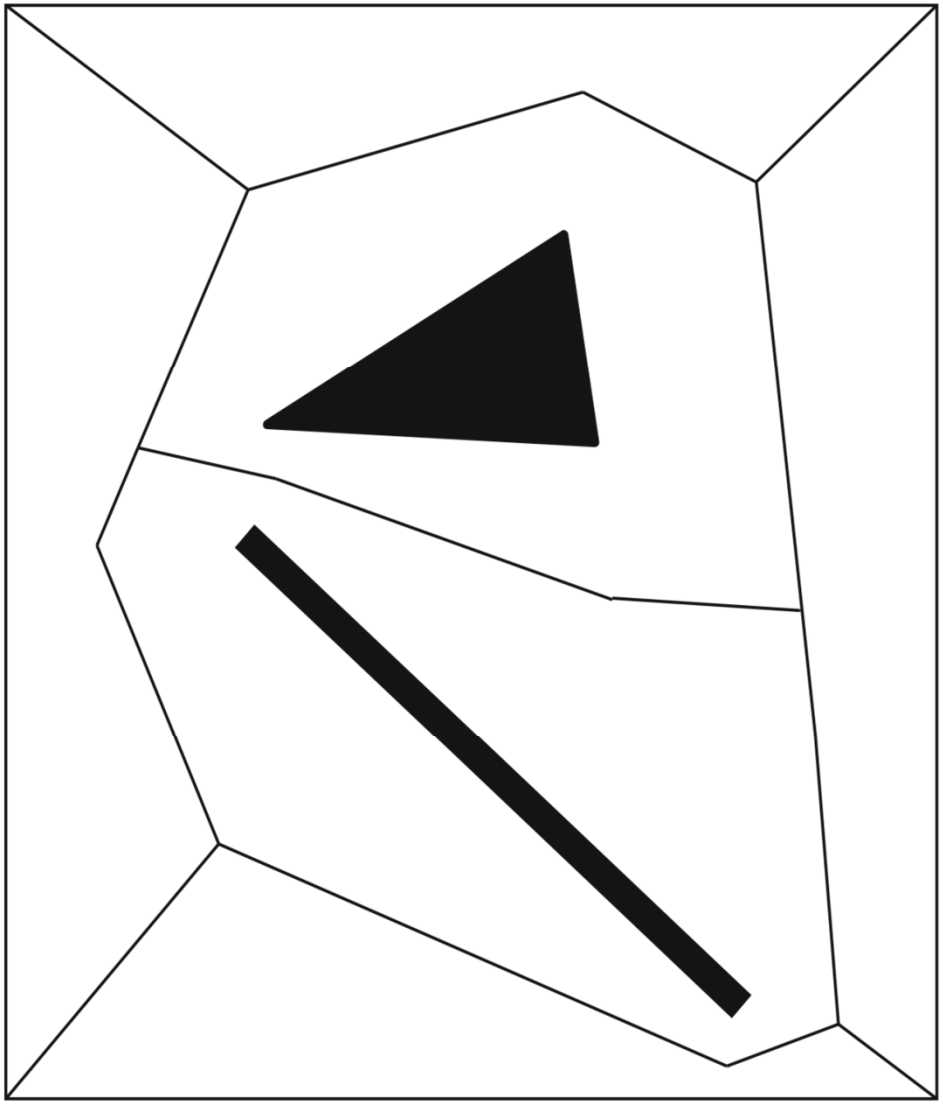
Aufgabe 6.4.d - Bahnplanung



- Voronoi-Diagramm?

Die Ränder der Fläche verlaufen genau in mittlerer Entfernung zwischen den beiden nächstliegenden Hindernissen.

Aufgabe 6.4.d - Bahnplanung



Aufgabe 6.5

Quaternionen

Aufgabe 6.5.a - Quaternionen

Gegeben sei das Quaternion $q_1 = (s, (x, y, z)) = (2, (4, -3, 0))$. Berechnen Sie das multiplikativ inverse Quaternion q_1^{-1}.

$$q_1^{-1} = \frac{\bar{q}_1}{|q_1|^2}$$

$$\bar{q}_1 = (2, (-4, 3, 0))$$

$$|q_1|^2 = 4 + 16 + 9 = 29$$

$$q_1^{-1} = \frac{\bar{q}_1}{|q_1|^2} = \left(\frac{2}{29}, (-\frac{4}{29}, \frac{3}{29}, 0)\right)$$

Aufgabe 6.5.b - Quaternionen

Rotieren Sie den Punkt $\vec{x} = (0, 0, 3)$ mit dem Quaternion $q_2 = (\frac{\sqrt{2}}{2}, (\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, 0))$.

$$
\begin{aligned}
\vec{x'} &= q_2 x \bar{q}_2 \\
&= (\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i) \cdot 3k \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i) \\
&= (\frac{3\sqrt{2}}{2}k - \frac{3\sqrt{2}}{2}j) \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i) \\
&= \frac{3}{2}k - \frac{3}{2}j - \frac{3}{2}j - \frac{3}{2}k \\
&= -3j \\
\Rightarrow \vec{x'} &= (0, -3, 0)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
i^2 = j^2 = k^2 = -1 \qquad & ij = k \\
ijk = -1 \qquad & ji = -k \\
& jk = i \\
& kj = -i \\
& ki = j \\
& ik = -j
\end{aligned}
$$

Onlinefrage Nr. 5:

Mit Quaternionen lassen sich nur Rotationen darstellen.

Evaluationsbögen Übung